# ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФИЛОСОФИЯ



Выпуск 8 2018

> allunity.ru Выпуск 8 2018

## ЕЖЕГОДНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

## «ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФИЛОСОФИЯ»

## ЖУРНАЛ ИНТЕГРАЛЬНОГО СООБЩЕСТВА

## ВЫПУСК 8

The "Integral philosophy" periodical the 8-th publication, 2018

© Моисеев В.И., Борчиков С.А., Подзолкова Н.А., Луговская Е.Г. 2018 г.

#### ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФИЛОСОФИЯ

## Содержание

Предисловие	4
Моисеев В.И. <b>Строгая феноменология и операторный R-анализ</b>	6
Борчиков С.А. Начала Ноологики	17
Подзолкова Н.А. Заметки о контурах будущего мышления	23
Приложения	35
Лекции профессора В.И. Моисеева по R-анализу	36
Моисеев В.И. Лекция 1. О поле, линейном (векторном) пространстве и операторах	36
Моисеев В.И. Лекция 2. Числовые определения векторов	38
Моисеев В.И. Лекция 3. Комплексные числа	40
Моисеев В.И. Лекция 4. Элементы классического анализа	43
Моисеев В.И. <b>Лекция 5.</b> О понятии R-функций	47
Моисеев В.И. <b>Лекция 6.</b> Бесконечно малые в R-анализе	51
Моисеев В.И. <b>Лекция 7.</b> Несравнимо большое и несравнимо малое в R-анализе	56
Моисеев В.И. Лекция 8. Элементы квантовой механики	61
К лекциям профессора В.И. Моисеева в логическом кружке при Доме А.Ф. Лосева	68
Борчиков С.А. Сложнейшая проблема соотношения метафизики и логики	68

#### Предисловие

#### к восьмому выпуску журнала Интегрального сообщества

В номере журнала «Интегральная философия» за 2018 год участники Интегрального сообщества обсуждают проблемы феномена сознания и мышления, в том числе привлекая идеи новых структурных средств философии неовсеединства, особенно конструкций R-анализа. Предварительно в интегральном сообществе был проведён ряд дискуссий, посвящённых этой теме. Авторы журнала представляют свои исследования по итогам обсуждения, с учётом высказанных замечаний и предложенных подходов.

В статье В.И. Моисеева «Строгая феноменология и операторный R-анализ» соединяются две темы – тема построения феноменологических конструкций (жизненного мира, феноменов, чистого сознания и т.д.) средствами новой математики неовсеединства (в частности, с использованием Проективно Модальной Онтологии) и тема новой версии R-анализа, дополненной операторным подходом. В итоге получается интересный синтез, когда структуры строгой феноменологии можно моделировать векторными конструкциями и интерпретировать их в связи со специальными R-операторами сознания, чем закладываются основы более глубокой квантовой модели сознания.

В конце сборника приведены в качестве приложений лекции профессора В.И. Моисеева, посвящённые ряду вводных понятий математики (числовое поле, векторное пространство, комплексные числа, теория пределов), введению в неоператорный R-анализ и элементарному обзору операторного подхода в квантовой механике.

Творчество С.А. Борчикова представлено в журнале двумя статьями. В первой – «Начала ноологики» – постулируется новая синтетическая дисциплина, объединяющая ноэматику как науку о живом мышлении с логикой как наукой об универсальных структурах мышления. Или, если использовать терминологию В.И. Моисеева, постулирующего в первой своей статье строгую феноменологию, ноологика – это нестрогая феноменология мышления (ноэматика) плюс строгая феноменология и логика. Центральная идея статьи – это гипотеза особой мюфункции, лежащей в основании ноологики и прочих логик, и даже вообще в основе всей историко-философской реальности в качестве ее протокода.

Вторая статья – «Сложнейшая проблема соотношения метафизики и логики» – приведена в конце тоже как приложение. Она написана как живой отклик на семь лекций В.И. Моисеева, прочитанных в Доме А.Ф. Лосева, и затрагивает ряд проблем: соотношение логики и метафизики, логической и метафизической демаркации, логической и метафизической структур, а также взаимосвязь живой логики с логикой математизированной.

В статье Н.А. Подзолковой «Заметки о контурах будущего мышления» говорится о развитии мышления с точки зрения совершенствования его трансцендентальных форм пространства и времени. Исследуя форму пространства, автор апеллирует к теории смыслового

#### ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФИЛОСОФИЯ

вакуума В.В. Налимова, а исследуя форму времени – к теории причинной механики Н.А. Козырева. Так, собирая глубокие интуиции отечественных ученых, автор задает синтетическую схему нового мышления, вибрирующего межу двумя особыми неэгоическими полюсами: осознанным присутствием (раскрывающимся в трансцендентальной форме внутреннего пространства) и самозабвенным творчеством (раскрывающимся в трансцендентальной форме активного времени).

В целом, как можно надеяться, представленные публикации очерчивают некоторое новое поле исследований феномена сознания и мышления, пролагающее пути к созданию учения о внутреннем мире субъекта как науки нового типа («транснауки») со своей постнеклассической философией и математикой.

2018 год

## Строгая феноменология и операторный R-анализ В.И. Моисеев

Язык психики и сознания – это существенно субъектный язык, насыщенный такими категориями, как «чувство», «мысль», «цель», «действие», «желание» и т.д., здесь важную роль играют разного рода Я-состояния, т.е. состояния, совершаемые субъектом от первого лица: «я чувствую», «я делаю», «я имею» и т.д. Все такого рода конструкции невозможно определить в системе моделей, выработанных в прежней математике, ориентированной на развитие в первую очередь неорганических наук – физики, химии и т.д. Нужен новый тип моделей и новая математика, способная адекватно выражать конструкции субъектного языка.

В качестве подхода, способного строить субъектные структуры, я давно использую модели *субъектных онтологий*. В последнее время они получили дальнейшее своё развитие в новом направлении, которое можно называть «*строгой феноменологией*»<sup>1</sup>.

Как и в классической феноменологии Гуссерля, здесь речь идёт о том, что субъект живёт в едином жизненном мире, где рядоположены образования внешнего и внутреннего мира. Это мир феноменов, мир чистого (абсолютного) сознания. Особенность лишь в том, чтобы начать использовать для выражения феноменологических концептов более строгие математические модели. В качестве таковых я использую модели *онтологических полей (онто-полей)* – пространственноподобных целостностей, которые существуют в один момент времени и включают в себя разного рода *онтологические регионы* – внешнего и внутреннего мира, индивидуального и коллективного внутренних миров и т.д. Наряду с мгновенными онтополями, сменяющими друг друга во времени, могут существовать и разного рода *онтологические инварианты (онто-инварианты)*, которые средствами подходящих версий ПМО можно выражать как модусы, образующие в тех или иных онто-полях свои модыпредставления. Подобные модели и разного рода выражаемые в них структуры я уже развивал ранее в ряде своих работ.

Модели строгой феноменологии особенно важны и плодотворны для выражения разного рода структур сознания и психики, например, для определения феномена Я, перволицевых Ясостояний и т.д. Если мы хотим использовать средства *операторного ОR-анализа* (*OR-анализа*)<sup>2</sup> для моделирования сознания, то нам не обойтись без той или иной их координации с подходами строгой феноменологии. Этому я и хочу посвятить ряд нижеследующих размышлений. Вначале будет для примера дано выражение ряда структур психики и сознания средствами строгой феноменологии, а затем на этом материале будет проиллюстрирована определённая стратегия координации методов OR-анализа и строгой феноменологии.

Коснёмся в первую очередь определения такого важного концепта жизненного мира, как Я (эго). Что такое Я? Что имеется в виду, когда субъект говорит «Я»? Попробуем несколько

<sup>1</sup> См.: Моисеев В.И. Очерки по философии неовсеединства. М.: ЛЕНАНД, 2018. – С.524-626.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> По поводу первоначальных понятий и структур OR-анализа см.: <a href="https://yadi.sk/i/4NiU3cyS3HaTdo">https://yadi.sk/i/4NiU3cyS3HaTdo</a>, <a href="https://yadi.sk/i/4NiU3cyS3HaTdo">https://yadi.sk/i/3MZyExjj3Jj4Ai</a>, <a href="https://yadi.sk/i/tqvZPHP83NHufo">https://yadi.sk/i/tqvZPHP83NHufo</a>.

разобраться в этой проблеме, используя конструкции строгой феноменологии.

Как уже отмечалось, в ряде своих предшествующих работ я активно использовал множество конструкций строгой феноменологии для выражения различных субъектных структур, в том числе для определения феномена Я. Были выделены такие виды Я, как «экранное Я (эго)», «источниковое Я (эго)».

Экранное Я – это регион моего внутреннего мира, данный как инвариантное образование (инвариант-регион). Источниковое Я – та инстанция, которая предполагается в суждениях вида «я чувствую», «я думаю», «я делаю», «я имею» и т.д. То, о чём субъект думает, что он чувствует или имеет, - было названо общим термином «эманации эго», для которых Я выступает в роли их источника, - вот почему такой вид Я был назван «источниковым». Здесь эго выступает как источник разного рода своих эманаций в различных специфических отношениях – мышления, переживания, действия, владения и т.д.

Хотя по поводу источникового эго было дано множество различных определений в моих предыдущих публикациях, всё же в этом концепте остаётся ещё много неясного и требующего дальнейшего исследования, очередной шаг которого мне хотелось бы представить в данной работе.

Когда субъект произносит «Я», он предполагает, по крайней мере, две вещи: 1) что он указывает на себя как субъекта, о котором говорится и который говорит (рефлексивный аспект), 2) что данный субъект обладает сильным внутренним миром, который непосредственно переживается, в то время как все иные внутренние миры только представляются по аналогии с этим базовым внутренним миром (эмпатический аспект).

Когда субъект X говорит о некотором У (событии, не обязательно субъекте), то возникает как бы некоторый экран сознания субъекта X, в котором У выступает как определённая часть («изображение») этого экрана. Такие конструкции хорошо выразимы средствами рефлексивной логики раннего В.А. Лефевра, когда он использовал так называемые рефлексивные полиномы для передачи разного рода субъектных состояний, связанных с феноменом рефлексии. Лефевр записывал тот факт, что субъект X сознаёт У в своём экране

сознания, в виде пары УХ. В своей работе «Человек и общество: образы синтеза» я показал, что такого рода конструкции можно выражать как моды Х↓У в некоторой версии ПМО.

В этом случае экран сознания субъекта X – это, с одной стороны, некоторый тотальный фон, на котором можно изображать самые разные состояния как внешнего, так и внутреннего мира. С другой стороны, это некоторая локальность, которая принадлежит субъекту X – одному из множества субъектов.

Чтобы изобразить такого рода конструкцию средствами строгой феноменологии, предположим два онто-поля – обозначим их  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . В первом онто-поле  $\omega_1$  пусть расположены самые разные образования в регионах внешнего и внутреннего мира, в том числе дан регион внутреннего мира in  $^1$ X некоторого субъекта X.

Моду модуса A в онто-поле  $\omega_i$  я буду обозначать в виде  $A^i$ , т.е.  $A^i = A \downarrow \omega_i$ . Так что выражение  $in^1_X$  обозначает моду внутреннего мира  $in_X$  (как модуса) в онто-поле  $\omega_1$ .

Тот факт, что в некотором онто-поле, например  $\omega_1$ , даны разного рода состояния, ещё не означает, что все эти состояния осознаются некоторым субъектом (даны в его экране сознания). Пока предполагается, что все состояния онто-поля  $\omega_1$  просто даны (или *со-даны* – даны совместно друг с другом) в единой реальности жизненного мира, поскольку любое онто-поле в своей тотальности не является ни субъектным, ни объектным образованием, но представляет собой бытие-вообще.

Чтобы состояния онто-поля стали изображениями в экране сознания некоторого субъекта, нужно, чтобы все они были представлены как образования внутреннего мира этого субъекта.

Например, для того чтобы представить все состояния онто-поля  $\omega_1$  как изображения в экране сознания субъекта X, нужно образовать второе онто-поле  $\omega_2$ , в котором будет дан регион внутреннего мира субъекта X, т.е.  $in^2x$ , и всё онто-поле  $\omega_1$  окажется изоморфно сжатым в этот регион  $in^2x$ . И только в этом случае, когда онто-поле  $\omega_1$  одновременно окажется внутренним миром субъекта X в онто-поле  $\omega_2$ , можно будет говорить о таком онто-поле как *экране сознания* субъекта X.

Так что за сжатой лефевровской формулой УХ (или её цептивным аналогом  $X \downarrow Y$ ) лежат два онто-поля  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , где У изначально дано в  $\omega_1$ , а затем  $\omega_1$  сжимается во внутренний мир субъекта X в  $\omega_2$ , что соответствует переходу от У к УХ (изоморфное сжатие онто-поля в некоторый подрегион региона внутреннего мира некоторого субъекта можно называть *экранной рефлексией* – в этом случае сжимаемое онто-поле оказывается экраном сознания данного субъекта).

Но что означает не просто состояние УХ, а гомоцептивное состояние XX (или  $X \downarrow X$ )?

Если X – это субъект, и в онто-поле он представлен своим внутренним миром (а также телом, лежащим в регионе внешнего мира), то уже в онто-поле  $\omega_1$  должен быть субъект X со своим внутренним миром  $in^1_X$ . И во внутренний мир этого же субъекта должно происходить сжатие онто-поля  $\omega_1$  с переходом к онто-полю  $\omega_2$ .

Если через  $R^{-1}_{12}$  обозначить экранную рефлексию  $\omega_1$  в  $\omega_2$  (вернее, в  $in^2_X$  в  $\omega_2$ ), то во внутреннем мире  $in^2_X$  субъекта X возникнет изображение его внутреннего мира  $in^1_X$  в  $\omega_1$ , что можно выразить как образ  $in^{12}_X = R^{-1}_{12}(in^1_X)$  – это и есть лефевровское состояние XX, т.е. образ себя у субъекта X.

Так мы достигаем выражения в строгой феноменологии первой – рефлексивной – компоненты Я, как рефлексивного (гомоцептивного) состояния XX (или X↓X), что означает возможность субъекта образовать в своём экране сознания образ себя.

Однако такого рода концепт Я является ещё достаточно формальным, поскольку он позволяет одинаково образовать Я для любых субъектов – как XX для субъекта X или УУ для субъекта У и т.д.

В то же время, как было отмечено выше, в концепте Я есть ещё второй аспект, который можно было бы называть *эмпатическим*. Этот аспект выделяет одного субъекта среди всех остальных тем, что только этот субъект обладает сильным (базовым) внутренним миром, который непосредственно переживается, в то время как все иные внутренние миры могут им лишь представляться – по аналогии со своим внутренним миром.

Это ещё один важный аспект Я, через который идёт указание на ту структуру реальности жизненного мира, в которой только один внутренний мир – среди всех возможных внутренних миров – выделен как сильный, непосредственно переживаемый внутренний мир. И когда субъект говорит «Я», то тем самым мы понимаем, что предполагается такая реальность, где его внутренний мир является базовым. Он как бы смотрит изнутри себя, где только его внутренний мир – самый сильный.

Как это выразить средствами строгой феноменологии?

Если в рефлексивном аспекте Я мы должны были перейти от  $\omega_1$  к  $\omega_2$ , сжимая  $\omega_1$  во внутренний мир субъекта X, то в выражении эмпатического компонента Я нужно сделать нечто обратное – эмпатировать во внутренний мир субъекта X.

Внутренний мир субъекта X есть уже в онто-поле  $\omega_1$  – как  $in^1_X$ . И акт эмпатии будет в этом случае выражен в том, что мы как бы войдём внутрь  $in^1_X$  как онто-региона, делая его самостоятельным онто-полем.

Это значит, что мы должны будем перейти к новому онто-полю, обозначим его  $\omega_0$ , в котором регион внутреннего мира субъекта X окажется тотальным, т.е. совпадающим с  $\omega_0$ . Это можно выразить заданием отображения  $R^{+1}_{10}$ , которое сопоставит региону  $in^1_X$  онто-поле  $\omega_0$ , т.е.  $\omega_0 = R^{+1}_{10}(in^1_X)$ . Отображение  $R^{+1}_{10}$  – это отображение *экранной эмпатии*.

Поскольку в онто-поле  $\omega_0$  внутренний мир субъекта X тотален, то всё, что выходило за границы его внутреннего мира в онто-поле  $\omega_1$ , здесь обнуляется, так что субъект X совпадает со своим внутренним миром и онто-полем  $\omega_0$ :  $X^0 = X \downarrow \omega_0 = in_X \downarrow \omega_0 = in^0_X = \omega_0$  (здесь я предполагаю, что  $\omega_i = \omega_i \downarrow \omega_i$ ).

Такого рода эмпатия должна быть доступной только для базового внутреннего мира, отличая его от всех иных внутренних миров. В то же время базовый внутренний мир – самый

сильный, в том смысле, что только он непосредственно переживается субъектом, в то время как все иные внутренние миры только представляются им. Следовательно, акт экранной эмпатии внутреннего мира в данном случае должен быть связан со способностью его непосредственного переживания.

Но что такое непосредственное переживание? Это и есть такое погружение в чувство, которое растворяет в себе субъекта, делает данное чувство тотальностью, с которой совпадает субъект в данный момент. И такое отождествление возможно только для непосредственно переживаемого состояния.

Поэтому в экранной эмпатии  $R^{+1}_{10}$  мы как раз и должны предположить такую силу отождествления с внутренним миром, которая доступна только своему, непосредственно переживаемому, внутреннему миру. Для всех иных внутренних миров, хотя формально такая экранная эмпатия возможна, но содержательно провести её с такой же силой, как для своего внутреннего мира, субъект не в состоянии.

Таким образом, когда субъект говорит «Я», то он выражает не только субъекта, обладающего образом себя у себя (аспект рефлексии), но и обладание таким внутренним миром, который непосредственно переживается и способен к полной эмпатии (аспект эмпатии). Единство этих двух моментов складывает полное определение субъекта как Я.

Такого субъекта я буду обозначать  $S_0$ : он имеет образ себя у себя и обладает сильной эмпатией в свой внутренний мир (непосредственно переживает свой внутренний мир). В качестве Я в этом случае можно понимать субъекта  $S_0$  с акцентом на эмпатию своего внутреннего мира, т.е. с акцентом на  $S_0 = S_0 \downarrow \omega_0 = in_0 \downarrow \omega_0$ , что можно выразить как акцентированное состояние  $S_0 | S_0 \rangle$ .

У каждого субъекта X свой субъект  $S_0$ , который единственный для него в аспекте непосредственного переживания. И многообразие таких субъектов мы можем только помыслить (представить), но не пережить (если, конечно, не брать в расчёт непосредственные трансцендирования одного Я в другое).

Таковы дополнительные определения феномена Я (как источникового эго) в рамках модели трёх онто-полей -  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , в связи с чем эту модель можно называть *трёхуровневой моделью* Я.

В качестве источникового Я выступает субъект  $S_0|S^0_0$ , который, как онто-инвариант, способен вступать в многообразные специфические отношения со своими эманациями: совершать действия, переживать чувства, владеть состояниями, объектами и т.д. Здесь же следует отметить, что экранная рефлексия с переходом от  $\omega_1$  к  $\omega_2$  обычно идёт рука об руку с *источниковой рефлексией*, т.е. с осознанием субъекта себя как источникового эго.

Специфика онто-поля  $\omega_0$  состоит в том, что это мой внутренний мир в своей тотальности, что выражается в сильной чувственности, способности испытывать большую интенсивность и накал чувств. Это не значит, что онто-поле  $\omega_0$  является максимумом чувственной силы, но переход в экранной эмпатии к  $\omega_0$  указывает направление некоторой шкалы возрастания

чувственной интенсивности. Поскольку здесь одновременно происходит переход к тотальности ранее локального и рост чувственной интенсивности, то это шкала, в которой соединяются экстенсивные (пространственные) и интенсивные (сило-переживательные) определения. Такую шкалу можно образно представить как некоторый конус, в котором мы движемся вверх - от основания к вершине, всё более уменьшая размер сечения конуса. Но чем меньше размер сечения конуса, тем больше чувственная интенсивность подобных состояний. На вершине конуса находится своего рода переживательная бесконечность, которая выражается в абсолютизации бесконечно малых чувственных состояний субъекта, благодаря чему достигается максимум переживательной способности и силы чувств. В пределе это мгновенный взрыв бесконечно большой чувственности – чувственная сингулярность. Такой образ переживательной шкалы, обратно пропорциональной масштабу переживательного состояния субъекта, можно называть эго-конусом.

В переходе от онто-поля  $\omega_1$  к онто-полю  $\omega_0$  мы движемся вверх по эго-конусу, тотализуя более локальное состояние и достигая этим увеличения силы переживания этого состояния. Такого рода обратное соотношение внешнего масштаба и интенсивности характерно именно для чувства, переживания.

Здесь вообще стоит отметить, что субстанция переживательности идёт от моего (базового) внутреннего мира, поскольку его регион – это в точности регион непосредственно переживаемого бытия в структуре жизненного мира. Перевёрнутость относительно пространственного масштаба указывает, по-видимому, на природу переживательности как обратного бытия (обратного количества).

Наоборот, двигаясь в направлении от онто-поля  $\omega_1$  к  $\omega_2$ , мы переходим ко всё более тотальным состояниям бытия, как бы спускаемся вниз, от вершины к основанию, в эго-конусе, и получаем всё более слабые чувственные состояния, которые всё более гасятся экранными рефлексиями.

Акцент на онто-поле  $\omega_0$  в определении Я, т.е. акцентированное состояние  $S_0|S^0$ , выражает в этом случае усиленные эмпатические определения в феномене Я и укоренённость в природе переживательного бытия, что столь характерно для Я-состояний, когда субъект непосредственно переживает нечто. В этом случае возникает особое качество «яйности», которое невозможно заменить ничем иным. Таков перволицевой опыт субъекта, который в конечном итоге невозможно эквивалентно заместить никакой сколь угодно успешной неперволицевой имитацией. По-видимому, в бытии существуют объективные субъектные законы, которые реагируют именно на Я-состояния и обеспечены тем, что на уровне этих законов отличаются настоящие Я-состояния и их неЯ-имитации.

Используя трёхуровневую модель Я, можно также более чётко различать Я и самость.

Если Я – это Я-субъект  $S_0|S^0$ , определённый в трёх онто-полях  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , то под *самостью* можно понимать либо Я, называя его *рефлексивной самостью*, либо такого субъекта  $S_0|S^0$ , в котором отсутствуют определения, связанные с рефлексивным онто-полем  $\omega_2$ . Иными словами,

для определения самости достаточно двухуровневой модели, включающей в себя описанные выше состояния в рамках двух онто-полей  $\omega_1$  и  $\omega_0$ .

Субъект на уровне самости способен держать в своём сознании себя и других субъектов (в рамках онто-поля  $\omega_1$ ), но сам он не осознаёт эту реальность как изображения экрана своего сознания, т.е. у него не возникает экранной рефлексии и перехода от онто-поля  $\omega_1$  к онто-полю  $\omega_2$ . В то же время у него может быть достаточно развитая переживательная способность, связанная с экранной эмпатией и переходом от  $\omega_1$  к  $\omega_0$ . Более того, поскольку экранные рефлексии ослабляют интенсивность чувств, то у субъекта с *дорефлексивной самостью* (определённой только на уровне  $\omega_1$  и  $\omega_0$ ) должны быть, по-видимому, более сильные чувственные переживания, - он как бы сдвинут ближе к вершине эго-конуса.

Источниковое эго – это субъект  $S_0|S^0$ , определённый в трёх онто-полях, как это было описано выше. Допустим, дан аффект удовольствия  $+\Delta uS$ , который испытывает субъект S (здесь  $\Delta u$  – отрезок событий в пространстве событий (онтологии), знак плюс слева вверху означает, что на протяжении этого отрезка определены степени себя некоторого субъекта, и они возрастают; а нахождение символа субъекта S справа от  $\Delta u$  означает, что это степени себя именно субъекта S). Это чувство станет S-чувством, если на место S подставить  $S_0$ . И тогда степени себя в этом чувстве будут степенями себя субъекта  $S_0$ . Это значит, что степени себя будут даны как степени инварианта  $S_0$ . Здесь возникнет связь с эго-конусом как S-шкалой.

Эго-конус представлен как шкала степеней Я (степеней себя), но данная как модуль – как интенсивность переживания, а не его знак. Поэтому точнее прообраз шкалы эго-конуса изобразить как степень себя  $\psi$ , лежащую между пределами - $\infty$  и + $\infty$ , а саму шкалу эго-конуса – как интенсивность, модуль  $|\psi|$ . Причём, в проекции на средовую материю (шкалу прямого бытия), это будет шкала обратного количества. И в аффекте + $\Delta$ uS<sub>0</sub> степени себя  $\psi$ 0 даны как  $\infty$ 0, т.е. как  $\infty$ 0-величины в своей системе отсчёта. В эго-конусе аффект + $\Delta$ uS<sub>0</sub> будет представлен интенсивностью  $\Delta \psi$ 0 =  $|\Delta \psi$ 0.

Итак, в основе переживания лежат степени Я, и шкала этих степеней выражает линеаризацию субъекта  $S_0$  как онтологического инварианта. Здесь субъект  $S_0$  даётся как многоединство с усиленным полюсом единого, что представлено в его шкале как шкале обратного количества.

Быть пережитым – это значит быть обязательно данным как степени Я, и в рамках Я-шкалы степени даются как моды модуса-бесконечности (для  $\infty$ -шкалы это полюс нуля  $0_\infty = \infty$ ). Отсюда возникает модальное отношение переживаний к Я-модусу – как степеней Я.

Я-действие можно изобразить в виде  $S_0\Delta u$ , когда субъект  $S_0$  является причиной действия  $\Delta u$ . Это значит, что инвариант  $S_0$  может выступать как *деятель*, т.е. может начинать и завершать причинно-следственные (каузальные) цепочки событий.

Такого рода каузальную способность можно понять в связи с М-статусом (локальностью) региона внешнего мира в онто-поле, т.е. в том числе как способность перевести в М-статус каузальные цепи внешнего мира.

Если онто-поле с регионами внешнего и внутреннего мира рассмотреть как каузальный регион, то здесь должны возникать R-отображения на каузальных регионах внешнего и внутреннего мира. В частности, могут переводиться в M-статус (финитный статус) бесконечные цепи внешнего мира, могут строиться конечные (во внешней метрике) каузальные цепи внутреннего мира и т.д.

И субъект  $S_0$  – это инвариант такого рода преобразований, т.е. деятель.

Поскольку самость требует только онто-полей  $\omega_0$  и  $\omega_1$ , а в поле  $\omega_1$  внешний мир уже дан в М-статусе, то можно предполагать характер деятеля у любой формы жизни, обладающей самостью.

Для ряда процессов, например, развития, нравственности, важно различие Я- и неЯ-активностей. Если объективно дано Я-действие S<sub>0</sub>∆u, то оно обладает особым качеством автономности, которое необходимо в указанных областях. Например, своё развитие субъект должен совершить сам, т.е. как свои Я-действия, и никак иначе.

Допустим, субъект должен сам совершить некоторое действие, т.е. S<sub>0</sub>∆u. Что означает невозможность эквивалентности свободного и принуждённого действия в этом случае?

Это значит, что даже если у двух действий  $S_0\Delta u$  и  $X\Delta u$ , где  $X \neq S_0$ , действие  $\Delta u$  одно и то же, но причина этих действий разная, то это разные действия. И, во-вторых, причиной действия должен быть не просто субъект, а должно быть Я.

Если объективно дано действие  $S_0\Delta u$ , то оно считается свободным (автономным). Важно, чтобы действие было автономным на самом деле, а не просто казалось таковым. Тем самым предполагается *план объективности*, который используется в определениях субъектных законов, реагирующих на качества автономности-гетерономности. И если в этом плане не будет дано действие  $S_0\Delta u$ , то законы прореагируют на него как объективно-гетерономное, хотя субъекту или ещё кому-то может казаться, что это автономное действие  $S_0\Delta u$ .

Также если рассмотреть понимание, то оно тоже относится к  $\mathfrak{R}$ -состояниям. Понять нечто можно только от первого лица. Но понимание – это вид переживания, т.е. состояние вида  $\Delta u S_0$ . Это смысловое переживание, смысловое чувство, которое выражается в переживании смысла понимаемого. И момент переживания в этом случае связан с отнесением к  $\mathfrak{R}$  как локальному абсолютному, которое позволяет сымитировать объективное абсолютное в пространстве смысла и пережить его топосы (места-части) как обратные величины.

Здесь мы видим переживание не только как степень Я, но и как аспект Я, это более качественное переживание. Но логика его определения может быть та же, что в случае степеней Я, то есть с обращением к обратному бытию, но данному более качественно – как обратные места-топосы в составе абсолютного.

И в смысловом пространстве определено своё содержательное сознание, которое может открывать новые смыслы и причастно смысловой когерентности.

В подобной манере можно определять многие концепты жизненного мира, в том числе структуры психики и сознания.

Если мы пытаемся строить квантовую модель сознания, то конструкции строгой

феноменологии окажутся очень кстати для решения данной задачи. Проблема теперь только в том, чтобы соединить их с конструкциями OR-анализа. Как это сделать? Ответу на этот вопрос и будут посвящены нижеследующие размышления.

В первую очередь рассмотрим задачу квантования онтологических инвариант в структуре жизненного мира.

Допустим, есть инвариант X, который в разных системах условий C даёт свои моды  $X \downarrow C$ . Пусть моды  $X \downarrow C$  будут векторами  $X_C$  (например, степени свободы в пространстве состояний), и каждому вектору  $X_C$  сопоставляем  $\psi$ -функцию  $\psi_{XC}$  и оператор  $X^{\wedge}$  такие, что

(1)  $X^{\wedge}\psi_{XC} = X_C\psi_{XC}$ .

В этом случае можем рассматривать суперпозиции

(2)  $\psi = \sum_{C} \alpha(C) \psi_{XC}$ 

где  $\alpha(C)$  – комплексные коэффициенты.

В частности, можно рассмотреть функцию

(3)  $1_X = \sum_C \psi_{XC}$ .

В этом случае оператор  $X^{\wedge}$  будет минимальным оператором над базисом своих собственных функций  $\psi_{XC}$ , и можно ввести оператор  $1_{X}^{\wedge}$ :

(4) 
$$1_X^{\Lambda}1_X = \alpha 1_X$$
,

где  $\alpha$  - некоторое вещественное число.

Оператор  $1_X^{\Lambda}$  - это максимальный оператор над базисом  $\psi_{XC}$ .

Теперь инварианту X можно сопоставить функцию  $1_{X}$ , а асимметричные суперпозиции рассматривать как акцентированные инварианты.

Такова главная идея: *выразить инвариант как ψ-функцию, которая является собственной суперпозицией ψ-функций представлений инварианта*.

Применим эту идею к описанным выше конструкциям строгой феноменологии, в частности, к трёхуровневой модели Я.

В частности, субъекта  $S_0$  можно представить  $\psi$ -функцией  $1_{S0}$ , а Я, как субъекта  $S_0|S^0_0$ , можно представить акцентированной на  $S^0_0$ , точнее на его  $\psi$ -функцию  $\psi_{S00}$ , суперпозицией. Также здесь будут определены операторы  $S_0^{\wedge}$  и  $1_{S0}^{\wedge}$ .

Здесь важно понимать, что оператор  $X^{\wedge}$  не сопоставлен инварианту X, но скорее внешнему множеству его мод  $X \downarrow C$ , а с инвариантом X связан оператор  $1_{X}^{\wedge}$ . Но последний строится на основе оператора  $X^{\wedge}$ .

В реализации этой техники вскоре возникает проблема: в строгой феноменологии мы изображаем разные регионы в онто-полях, но если даны два разных региона, то значит ли, что они дополнительны? И наоборот: если даны два дополнительных оператора в OR-анализе, то какие им сопоставить регионы в строгой феноменологии?

Например, мышление и чувство. Можно предполагать, что им сопоставлены разные регионы в онто-поле, где мышление определено в смысловом пространстве, а чувства – в эмоциональном. В то же время они кажутся дополнительными: если субъект переживает

чувство, то ему сложно рефлектировать над ним, и наоборот.

Тогда мыслям и чувствам можно сопоставить два некоммутирующих оператора – оператор мышления  $M^{\circ}$  и оператор чувства  $\Psi^{\circ}$ . Оператор мышления имеет в качестве базиса множество  $\Psi$ -функций  $\Psi_{M\alpha}$ , каждая из которых соотнесена с базовым смыслом (вектором)  $M_{\alpha}$  как своим собственным значением:

(5) 
$$M^{\dagger}\psi_{M\alpha} = M_{\alpha}\psi_{M\alpha}$$
.

То же для чувства: есть оператор чувства Ч<sup>^</sup> со своими собственными функциями  $\psi_{Ч\beta}$  и собственными векторами Ч $_{\beta}$ , выражающими базисные чувства:

(6) 
$$\Psi^{\dagger}\Psi_{\Psi\beta} = \Psi_{\beta}\Psi_{\Psi\beta}$$
.

Тогда этим операторам сопоставляем свои пространства М и Ч, где определены смыслы и чувства соотв. Для перехода к онто-регионам образуем R-пространства М\* и Ч\*, которым сопоставляем свои регионы.

Тот факт, что регионы разные или одинаковые, относится лишь к вещественным пространствам собственных значений операторов. Что же касается феномена дополнительности, то здесь речь должна идти об одном комплексном пространстве и базисах собственных функций в нём, что не изображается в онто-регионах.

Так что когда речь идёт об изображении в онто-регионах квантовых наблюдаемых, то мы смотрим только на вещественные пространства собственных значений соответствующих операторов. И тогда дополнительность и соотношение регионов - это вещи независимые, так что могут быть самые разные комбинации: дополнительность и разность регионов, отсутствие дополнительности и та же разность, дополнительность и тождественность регионов, отсутствие дополнительности и тождественность.

Особый случай, когда мы имеем дело с суженными операторами и внешней R-дополнительностью – здесь существует явное соответствие между отношением вещественных пространств и мерой дополнительности.

Если, например, переходить к теории S, то в первую очередь нужно понять, как сопоставить региону субъекта  $S^{i_0}$  в том или ином онто-поле  $\omega_i$  некоторый вектор.

Обобщая эту задачу, можно пытаться кодировать структуру онто-поля структурой вектора. Например, если дано онто-поле с регионами внутреннего и внешнего мира, телом Т в онто-поле ω, то можно ω записать как вектор вида

(7) 
$$\omega = (\text{in,T,d,D}),$$

где  $T \cup d = ex$ ,  $T \cap d = 0$ , in $\cup ex \cup D = \omega$ , in $\cap ex = ex \cap D = in \cap D = 0$ , и  $\cup$  - операция объединения,  $\cap$  - пересечения регионов.

Здесь возникает проблема соединения булевой и векторной структуры, что в некоторой мере реализовано в полярном анализе.

Итак, мы кодируем структуру онто-поля вектором и сопоставляем каждому такому вектору модальный оператор, как было описано выше. Онто-полю  $\omega_0$  сопоставляем вектор  $\omega_0 = (in^0_0,0,0,0)$ , онто-полю  $\omega_1$  – вектор  $\omega_1 = (in^1_0,T^1_0,d_1,D_1)$ , и онто-полю  $\omega_2$  – вектор  $\omega_2 = (in^1_0,0,0,0,0)$ 

 $(in^2_0, T^2_0, d_2, D_2)$ . Отличие векторов  $\omega_1$  и  $\omega_2$  можно понимать в смысле разницы их координат (как чисел), например, предполагая, что  $in^1_0 \neq in^2_0$ .

Далее вводим модальный оператор  $S_0$ ^, который имеет векторы  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$  в качестве собственных векторов, сопоставленных собственным функциям  $\psi_0$ ,  $\psi_1$  и  $\psi_2$  соотв.:

(8) 
$$S_0^{\dagger} \psi_i = \omega_i \psi_i$$

где 
$$i = 0,1,2$$
.

Затем вводим максимальный оператор  $1_{S0}^{\wedge}$  с собственной специфической функцией  $1_{S0} = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2$ .

Наконец, в качестве Я, т.е.  $S_0|S^0_0$ , рассматриваем суперпозицию, акцентированную на  $\psi_0$ :

(9) 
$$A = \alpha_0 \psi_0 + \alpha_1 \psi_1 + \alpha_2 \psi_2$$
,

где 
$$|\alpha_0| > |\alpha_1| > 0$$
 и  $|\alpha_0| > |\alpha_2| > 0$ .

Если же мы захотим представить структуру регионов, например, в  $\omega_2$ , более подробно, то нужно будет перейти к более подробному базису, например, выделив в регионе in $^2$ 0 подрегионы, изоморфные таковым в  $\omega_1$ : in $^{12}$ 0,  $T^{12}$ 0,  $T^{12}$ 0,  $T^{12}$ 1, и образующие разбиение региона in $^2$ 0.

Если этих регионов нет в  $in^0_0$  и  $in^1_0$ , то их отсутствие можно представить заданностью только  $in^{1i}_0$ , обнулив остальные регионы.

В этом случае получим более многомерные векторы:

(10.1) 
$$\omega_0 = (in^{10}_{0}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0),$$

(10.2) 
$$\omega_1 = (in^{11}_{0}, 0, 0, 0, T^1_{0}, d_1, D_1),$$

$$(10.3) \quad \omega_2 = (in^{12}{}_0, T^{12}{}_0, d_{12}, D_{12}, T^{1}{}_0, d_1, D_1).$$

И вновь строим те же операторы, но уже для этих более подробных векторов.

Операторы можем строить как суженные многомерные операторы координаты. Например, собственная функция  $\psi_1$  будет иметь вид:

$$(11) \quad \psi_1 = \psi_{\omega 1}(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = \delta(r - \omega_1) = \delta(x_1 - in^{11}_0)\delta(x_2)\delta(x_3)\delta(x_4)\delta(x_5 - T^1_0)\delta(x_6 - D_1),$$
 где  $r = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6).$ 

Тогда оператор  $S_0^{\wedge}$  примет следующий вид:

(12) 
$$S_0^{\wedge} = c^{\wedge}[r](\delta(r-\omega_0)+\delta(r-\omega_1)+\delta(r-\omega_2)) = r^{\wedge}(\delta(r-\omega_0)+\delta(r-\omega_1)+\delta(r-\omega_2)) = (x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6)^{\wedge}(\delta(r-\omega_0)+\delta(r-\omega_1)+\delta(r-\omega_2)) = (x_1^{\wedge},x_2^{\wedge},x_3^{\wedge},x_4^{\wedge},x_5^{\wedge},x_6^{\wedge})(\delta(r-\omega_0)+\delta(r-\omega_1)+\delta(r-\omega_2)),$$

т.е. это символическая запись одновременного действия по своей координате шести одномерных операторов координаты, суженных на векторы  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  и  $\omega_2$ .

И здесь получим:

$$(13) \quad S_0 \wedge \psi_1 = r^{\wedge} (\delta(r - \omega_0) + \delta(r - \omega_1) + \delta(r - \omega_2)) \psi_1 = r^{\wedge} (\delta(r - \omega_0) + \delta(r - \omega_1) + \delta(r - \omega_2)) \delta(r - \omega_1)$$

$$= r^{\wedge} \delta(r - \omega_1) = (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3 \wedge x_4 \wedge x_5 \wedge x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) =$$

$$= (x_1 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_2 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_3 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_3 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_5 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta(x_3) \delta(x_4) \delta(x_5 - T^{1}_0) \delta(x_6 - D_1) x_6 \wedge \delta(x_1 - in^{11}_0) \delta(x_2) \delta$$

 $= (in^{11}{}_{0}\delta(x_{1} - in^{11}{}_{0})\delta(x_{2})\delta(x_{3})\delta(x_{4})\delta(x_{5} - T^{1}{}_{0})\delta(x_{6} - D_{1}), 0, 0, 0, T^{1}{}_{0}\delta(x_{1} - in^{11}{}_{0})\delta(x_{2})\delta(x_{3})\delta(x_{4})\delta(x_{5} - T^{1}{}_{0})\delta(x_{5} - T^{1}{}_{0})\delta($ 

$$\begin{split} T^{1_0})\delta(x_6 - D_1), &D_1\delta(x_1 - in^{11_0})\delta(x_2)\delta(x_3)\delta(x_4)\delta(x_5 - T^{1_0})\delta(x_6 - D_1)) = \\ &= (in^{11_0}, 0, 0, 0, 0, T^{1_0}, d_1, D_1)\delta(x_1 - in^{11_0})\delta(x_2)\delta(x_3)\delta(x_4)\delta(x_5 - T^{1_0})\delta(x_6 - D_1) = \\ &= \omega_1\psi_1. \end{split}$$

Обобщая подобные конструкции, можно предложить следующий алгоритм координации OR-анализа и строгой феноменологии.

- 1. Если даны структуры строгой феноменологии, то каждому онто-полю сопоставляем свой вектор, координируя векторную и булеву структуру (в этом случае базис должен учитывать структуру наиболее дифференцированного и интегрированного онто-поля); полученные векторы представляем как собственные значения модального оператора, который выражаем как суженный на данные векторы многомерный оператор координаты; относительно него строим максимальный и другие неминимальные операторы, через которые (их специфические собственные функции) интерпретируем инварианты на онто-полях;
- 2. Наоборот, если мы имеем структуры OR-анализа, то здесь выделяем суженный оператор координаты (как минимальный оператор) и неминимальные операторы над его базисом; далее собственным значениям минимального оператора сопоставляем онто-поля, приводя в соответствие булевы структуры собственных векторов минимального оператора и онто-полей.

Но это лишь представление строгой феноменологии в OR-анализе, связанное с выражением структуры инвариант. Иные конструкции (например, дополнительность онторегионов) могут потребовать новых средства OR-анализа. Но пока мне важно было проиллюстрировать, что эти два подхода вполне могут координироваться между собой, взаимно обогащая друг друга.

#### Начала Ноологики

#### С.А. Борчиков

Работа подготовлена как тезисы к дискуссии в «Интегральном сообществе» и частично обсуждена на дискуссии 23.04.2018. В ней постулируются: 1) идея *ноэматики* – как науки о живом мышлении, 2) проект *ноологики* – как синтетической дисциплины (ноэматика + логика), 3) гипотеза *мю-функции* – как основной функции мышления. В свете этих постулатов по-новому интерпретируются точки зрения на природу мыслительного творчества, идеи, понятия и метафизического протокода.

#### 1) Логика

Наука о мышлении. Но не о живом, а о структурированном. Наука о логических структурах мысли.

#### 2) Ноэматика

*Психология*. Занимается живым мышлением. Но лишь косвенно, поскольку ее главный предмет – психика.

*Феноменология*. Ближе к живому мышлению, но тем не менее тоже обременена другими феноменами.

*Ноэматика* (от греч. слова «ноэма» – мысль; по Гуссерлю и по-моему – мысль, мыслящая самое себя) – собственно, наука о живом и к тому же самомыслящем мышлении. В отличие от логики. (Занимаюсь ноэматикой с 1991 года).

#### 3) Синтез Логики и Ноэматики

У В.И. Моисеева два названия этого синтеза [1].

*Математическая феноменология.* Термин не совсем точен, поскольку не содержит в себе слов ни «логика», ни «ноэматика».

Физиологика. Связано с тем, что живая мысль представляет специфическую материю, или физику мысли. Название совсем неудачное, так как имеется устоявшийся созвучный термин «физиология», и с ним будут накладки и сбивки, точно то же с «физикой».

Я предлагаю третий вариант:

*Ноологика* = Ноэматика + Логика. Ноологика есть собственно Теория мышления во всей его полноте.

#### 4) Квантовый характер мысли в Ноологике

Для описания соотношения Логики и Ноэматики применимы (по аналогии) принципы квантовой физики.

Принцип дополнительности. Обе картины мышления (ноэматическая и логическая) должны дополнять друг друга. Конкретнее: любое описание мышления – физиологическое, психологическое, феноменологическое, социальное, гносеологическое, метафизическое, ноэматическое и т.д. – будет неполным и должно дополняться логикой (описанием логических структур), и наоборот: любая логическая система (структура) всегда должна иметь под собой живое мыслительное (ноэматическое) поле.

*Принцип неопределенностей.* Устанавливает зависимость между мышлением и логосом, идентичную принципу неопределенности Гейзенберга:

$$\Delta M \bullet \Delta L = const \tag{1}$$

что означает: чем точнее мы определяем в мышлении логические структуры (L), тем неопределенней становится само мышление (M). Современная математическая логика, например, вообще элиминирует мышление из своего предмета рассмотрения, оставляя лишь структуры. И наоборот, чем глубже мы погружаемся в имманентную природу мышления (M), тем неопределенней становится его логическая структура (L). А, например, при некоторых формалях (способах) мышления, таких, как интуиция или мыслемедитация, она вообще

элиминируется.

Поиск золотой середины их соотношения – одна из задач Ноологики.

#### 5) Мю-функция

Как в квантовой физике основу картины мира составляет ψ-функция, так в Теории мышления (Ноологике) аналогично вводится **μ-функция** для описания мысли. (Мой доклад на конференции в ОТИ МИФИ [2]).

Мю-функция увязывает и описывает соотношение живой мысли и логических структур. Она передается системой из двух формул:

$$M = M \downarrow R \tag{2}$$

$$L = \mu \uparrow F \tag{3}$$

Формула (2) означает: мысль (м) есть мода (атом, квант, монада) мышления (М), сжатого (↓) при воздействии какой-либо R-функции. Понятие R-функции взято из R-анализа В.И. Моисеева.

Формула (3) означает: любой элемент или объект логической структуры (L) есть модус µ-функции, развернутой (сюръецированной) (↑) под воздействием определенной формали, т.е. F-функции.

Я использую слово «формаль» как эквивалент слова «форма», но именно в таком написании, чтобы отличать форму мышления (формаль) от формы логики (или просто формы). «Формаль» – термин «Теории формалии» (разрабатываю с 1973 года). Он означает силу (функцию) или модуль (оператор), выступающий в качестве формы, организующей мышление.

Если формулы (2) и (3) свести вместе, то получим:

$$L = M \downarrow \uparrow (R,F) \tag{4}$$

Здесь появляется двусложный динамический оператор ↓↑ (проектор + сюръектор), который я назвал *айорой* (греч. качели). Таким образом, конечное выражение означает: любой логический объект (структура) (L) есть продукт мышления (M), *айорирующего* (↓↑) при условии суперпозиции R- и F-функций.

Пугающие термины «R-функция» и «F-функция» можно увести в тень, т.е. в трансцендентальную «квантовую» глубь мышления, где они изначально и находятся, и тогда после абстрагирования от них останется очень лаконичная формула:

$$L=M\downarrow\uparrow$$
 или 
$$L=\downarrow\uparrow M$$

С последней записью согласился В.И. Моисеев в нашей дискуссии по материалам его лекций в Логическом кружке (см. [3] к лекции 6). Он уточнил ее в виде:

$$ME = \uparrow \downarrow ME \tag{6}$$

где МЕ - многоединство.

Действительно, если речь вести о мыслительном многоединстве, то как раз и получим формулу (5): многоединство логики таково, каково многоединство айорирующего мышления,

т.е. мышления, пульсирующего во всём диапазоне от бесконечно малых квантов мысли до сверхвместимости Вселенной и даже больше.

#### 6) Идея мыслительного творчества

Из формул (5) и (6) следует идея первичности ноэматического творчества по отношению к логическому. В.И. Моисеев в лекциях высказался еще категоричней: на уровне сильных предикатов (логического конструирования) вообще нет мыслительного (ноэматического) творчества. Логика всегда лишь констатирует и конституирует то, что мышление (ум, нус) сотворили на предварительном уровне мысленапряжения, мыслеброжения и мыслеразвития.

Согласен, логическое мышление – это всегда вторичное мета-мышление по отношению к какому-либо предшествующему мышлению или на его фоне. Но я бы не был столь категоричен в отрицании творчества на мета-уровне, просто это творчество заключается не в продуцировании мысли, а в продуцировании мета-форм, это тоже особого рода – логическое – творчество. Кстати, не каждому мыслителю по зубам.

В сумме надо рассматривать симбиоз обоих видов творчества: ноэматического (мыслительного) и логического, именуя этот симбиоз как *ноологическое* творчество.

#### 7) Понятие идеи

Синтез ноэматических и логических монад мысли порождает мыслительный *плерон* (термин В.И. Моисеева). Плерон имеет две стороны (формы), хорошо известные в философии. Это идея и понятие.

В чем проблема идеи? Идея считается самой первой и простой единицей *ноэматического бытия*. Однако очень трудно поддается описанию. В.И. Моисеев вводит слово «Предисущее», не совсем филологически (эстетически) красивое. «Предисущее» – это сгусток ментальной (ноэматической) материи, который мерцает то аспектом (светом) мысли, то ликом (образом) логического предиката.

Комментируя лекцию 7 В.И. Моисеева на Логическом кружке, я уже высказался, что метафизически более логично именовать сильный предикат *сущностью* [3]. Хотя, может быть, это и не совсем точно; впрочем, точнее термин «идеальный логический образ» или «идеальная сущность».

Что касается *мысли*, то с точки зрения «Модели 3-х регионов мироздания» ее логичнее определять не столько через сущее, сколько через бытие, потому что она непосредственно находится и реализуется в регионе (матрёшке) человеческого бытия, а уже та находится внутри бо́льшей матрёшки – в регионе сущего.

Суммируя, я бы «предисущее» выражал в традиционных философских терминах как *идеально-бытийную сущность* или *идеально-сущностное бытие* = идеаль-бытие. А на языке Платона еще лаконичней – *идея*. Идея как предисущее – это нечто, которое при определенных (феноменальных, мыслительных) условиях проявляется как *реально переживаемая мысль*, а

при других (логических, структурных) условиях – как *идеальное логическое понятие*, или *предикат*.

Тут перекличка с историей философии. *Платоновская* тенденция к представлению идеи как логического *первообразца* компенсируется *соловьёвской* тенденцией представлять идею как *живое существо* [5, чт.5].

#### 8) Понятие понятия

В чем проблема понятия? Понятие считается самой первой и простой единицей логической структуры. Однако когда пытаются описать его сущность, то, оказывается, сделать это не так просто.

Легче всего поступают те формальные логики, которые ничтоже сумняшеся приравнивают понятие к термину. А кто-то считает, что понятие выражается дефиницией или определением (суждением). Еще кто-то – что целой системой умозаключений, и т.д. Однако во всех этих подходах явно присутствует идея *мысли*, которая увязана с понятием, и передача этой мысли как раз гарантирует понимание понятия.

В общем, понятие связано не с логической формой (особенностями структуры), а именно с мыслью. И если структура передает эту логическую мысль, то она – понятие, а если не передает, то не понятие. Отсюда следует определение: *понятие* – это м*ысль, выражающая логический смысл*. Это определение я выдвинул на форуме «Философский штурм», там оно подверглось резкой критике [4]. (Не понятно, почему?).

Таким образом, понятие тоже имеет двуединую природу и подчиняется принципу неопределенностей. С одной стороны, оно – комплексная величина, представленная гаммой форм сознания и познания, с другой – выступает в мышлении как простая логическая монада (корпускула, плерон), своей простотой отрицающая все свои составляющие формы. Чем определеннее выражается *логос* понятия, тем неопределенней становится оно само, и чем определеннее *ноэма* понятия, тем неопределенней становится его место в логосе.

#### 9) Историко-философские переклички: µ-функция как протокод

Кратко.

<u>Гегель</u>: «Понятие, достигшее такого *существования*, которое само свободно, есть не что иное, как  $\mathcal{A}$ , или чистое самосознание. Правда, я обладаю *понятиями*, т.е. определенными понятиями, но  $\mathcal{A}$  есть само чистое понятие, которое как понятие достигло *наличного бытия* [Daseyn]» [6, с.16]. Получается, чистое  $\mathcal{A}$  – это  $\mu$ -функция, свернутая (спроецированная) в свою эготическую основу:

$$\mathfrak{A} = \mu \downarrow$$
(7)

<u>Хайдеггер</u>. Интересно, что он тоже фиксирует это основание в виде Dasein, но только теперь такое, к которому надо сюръективно воспрыгнуть: «Основной опыт бытийствования бытия сам по себе является *мыслительным*, поскольку <он есть> впрыгивание в Dasein и его первое основание» [7, с.271]:

Dasein = 
$$\mu\uparrow$$
 (8)

<u>Вывод</u> напрашивается сам собой: всё многоединство (МЕ) человеческого бытия-мышления (М) с его формами сознания, познания, самосознания, самопонимания и их логического структурирования является следствием движения и развития одной-единственной и единой *µ-функции*, выступающей в данном случае как некая *протокодовая* детерминанта:

$$M = \mu \downarrow \uparrow$$
 (9) или

$$ME = \mu \downarrow \uparrow \tag{10}$$

#### Литература

- 1. Моисеев В.И. Сознание и мышление / Лекция 9 в Логическом кружке при Доме А.Ф. Лосева, 03.04.2018. URL: https://www.youtube.com/watch?v=\_5Atao0mQqc
- 2. Борчиков С.А. Патент на открытие мю-функции // XVIII всероссийская научно-практическая конференция «Дни науки 2018». Материалы конференции. Озёрск, 18-22 апреля 2018 г. Озёрск: ОТИ НИЯУ МИФИ, 2018.
- 3. Борчиков С.А. Сложнейшая проблема соотношения метафизики и логики. Настоящий выпуск журнала «Интегральная философия».
  - 4. Интернет-форум сайта «Философский штурм». Борчиков С.А. Темы\*:
- \*Система категорий (ч.31, теория понятия -3) URL: http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch31-teoriya-ponyatiya-3
- \*Система категорий (ч.31, теория идеи -4). URL: http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch31-teoriya-idei-4
- \*Система категорий (ч.31 ноологика -5). URL: http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch31-noologika-5
  - 5. Соловьев В.С. Чтения о Богочеловечестве // Соч. в 2-х т. Т.2. М., Правда, 1989.
  - 6. Гегель Г.В. Ф. Наука логики. В 3 т. Т.З. М.: Мысль, 1972.
- 7. Хайдеггер М. Размышления II-VI (Чёрные тетради 1931-1938). М.: Изд-во Института Гайдара, 2016



## Заметки о контурах будущего мышления Подзолкова Н.А.

#### Введение

Изначально вопрос стоял исключительно о мышлении. Однако, постепенно проясняя его роль в современной теории познания, стала выстраиваться и некоторая новая онтология, вбирающая в себя извечные категории: бытие, сознание, смысл, жизнь, пространство, время и многое другие. Определить мышление оказалось возможным только в качестве элемента глобальной эволюционирующей системы мироздания, поэтому заметки о мышлении получились такими пёстрыми.

На фоне различных *познавательных способностей* человека (таких как, ощущение, восприятие, представление, память) мышление — одна из наиболее поздних, хрупких и сложных форм проявления континуума бытия. Оно, как любой новорожденный, находится в опасном положении: во-первых, может погибнуть, а во-вторых — не реализовать свой потенциал. Вот почему наше эволюционно молодое мышление так остро нуждается в заботе, воспитании и создании благоприятной среды.

Как любая другая форма, мышление имеет границы. Оно не может выразить через себя всю полноту сущего. Однако именно мышление впервые об этой полноте догадывается и смело устремляется за свои пределы. Так из мышления как такового рождается совсем юное (всего 2,5 тысячи лет) философское мышление. Его попытки познать беспредельное уже принесли множество замечательных плодов. Это различные методы познания, реализующие возможности самого мышления: метафизический, диалектический, дедукция, индукция, аналогия, эвристический метод и многие другие. Это трансцендентальные исследования средств познания, отвечающее на вопросы: «как возможно само мышление?», «что такое собственная форма мысли?» и «какова мыслительная материя»? Но несмотря на все достижения, мы не можем сегодня похвастаться, что овладели мышлением, скорее, наоборот: оно всё больше овладевает нами, переставая быть настоящим инструментом познания. Сегодня мышление всё чаще становится бесконтрольным и неуправляемым, захватывает наше сознание и погружает его в непрерывный замусоренный поток.

Причина в том, что мышление человека обусловлено огромным количеством факторов: психологическим временем, эмоциями, накопленными знаниями, чувственным опытом. Из всего этого оно создаёт особую структуру — «эго» с его уникальной историей, памятью и способами реагирования. «Эго», будучи порождением мышления, начинает, в свою очередь, восприниматься как нечто живое, настоящее, онтологически первичное, в результате чего происходит инверсия восприятия: знаменитое «cogito ergo sum». Теперь, куда бы мы ни смотрели — мы смотрим от имени «эго», сквозь его призму. И от этого специфического преломления тускнеют краски сущего, обескровливается бытие.

Замер в немом восхищении перед пурпурным закатным солнцем — но уже через мгновенье слышишь тихий голос «эго»: «Это Я обладаю таким тонким эстетическим

восприятием, Я — молодец, а кругом толпа, не способная воспринять красоту!» Услышал критическое замечание, а тихий голос уже тут: «Он обидел Меня, не оценил Меня по заслугам, не понял Меня!» И так постоянно. Напрасно великие мыслители прошлого и настоящего повторяют: «эго — иллюзия, оно служит отчуждению от бытия, мышление может протекать за пределами этой иллюзии!», мы не слушаем мудрых советов, ведь наше «эго» защищается, гонит прочь подобные мысли.

Но есть и хорошая новость. Если мышление создало «эго», то оно же может и развенчать его. Анри Бергсон описывает этот процесс на примере интеллекта: «Вокруг мысли, оперирующей понятиями, сохраняется туманная дымка, напоминающая о происхождении этой мысли. Более того, мы ещё сравнили бы интеллект с твёрдым ядром, образовавшимся путём конденсации. Это ядро не отличается радикально от окружающей его текучей среды. Она сможет поглотить его лишь потому, что оно создано из той же субстанции» [1, с. 199]. Такое же «растворение» может произойти, когда мысль осознаёт «эго» не в качестве первичного бытия, а в качестве своего продукта — иллюзия рассеивается, и мышление, с которого словно упала пелена, обретает ясность и силу. О таком сильном мышлении и пойдёт речь в этой статье.

#### Смысл как недостающий онтологический элемент

Однажды великому немецкому математику и логику Готтлобу Фреге открылась необходимость ввести новую категорию, стоящую между значением и знаком — категорию смысла. «Напрашивается мысль, — писал Фреге, — связать с каждым знаком (именем, словесным оборотом, письменным знаком), помимо обозначаемого — его мы будем называть значением знака, — также и то, что я называл бы смыслом знака и в чём выражается конкретный способ задания обозначаемого» [11, с. 231]. Так появился знаменитый «треугольник Фреге»: знак — значение — смысл.

Пользуясь современной терминологией, Фреге определил смысл как некоторый эмерджент, рождающийся в результате системного взаимодействия значения и знака. И тогда существуют, как минимум, три возможности, объясняющие это возникновение: 1) знак (как активное, оформляющее начало) инициирует возникновение смыла как своего артефакта; 2) значение (т. е. само сущее, вещь-в-себе) навязывает нам смысл в качестве своеобразного трансцендентного «шлейфа», подчёркивающего недостаточность и неадекватность любого знака; 3) смысл — это совершенно равноправная субстанциональная единица, которая встраивается между формой-сущность (знаком) и субстратом-материей (значением) в качестве третьего основания, придающего устойчивость всей структуре.

Предпосылка Платона-Лейбница, которую в XX столетии поддержал выдающийся математик и философ Василий Васильевич Налимов (1910-1997), заключается в выборе именно третьего варианта: «Для того чтобы задать образ семантического поля, надо признать, что смыслы первичны по своей природе. Иными словами, необходимо согласиться с тем, что элементарные смыслы (не являющиеся ещё текстами) заданы изначально. Здесь мы подходим очень близко к позиции Платона, кстати, сформулированной им недостаточно чётко. Такой

подход больше нельзя считать ненаучным — признаем же мы изначальную заданность фундаментальных физических констант, природа которых скорее ментальна, чем физична» [9].

В таком случае, мы можем определить мышление как инструментарий, способный непосредственно взаимодействовать со смыслами. Интересно здесь провести аналогию из теории решения изобретательских задач (ТРИЗ): смысл — изделие, которое нужно найти, обработать, защитить от вредного воздействия и т. д.; мысль — инструмент, который непосредственно взаимодействует с изделием; между мыслью и смыслом может возникнуть техническое противоречие, при котором полезное действие вызывает одновременно вредное действие. Например, *противоречие со стороны мысли*: вместо того, чтобы прояснять смысл, мысль может искажать его, переключив познавательную активность на саму себя (какая я красивая, идеальная, всеобъемлющая, самодостаточная!) — и вот мысль уже «забыла», что она инструмент для «огранки» брильянта-смысла, и активно «точит» саму себя. Такое противоречие возможно разрешить, так как ресурс для этого находится в самом инструменте — мышлении, которое мы можем усовершенствовать и развивать. Гораздо сложнее противоречие со стороны смысла. Оно заключается в том, что смысл слишком сложен для инструмента, не соответствует его масштабу — проблема, на которую указывал Кант. Как раз тот случай, когда мы пытаемся дискретными величинами выразить континуальное содержание. Решить такое противоречие гораздо сложнее, поскольку изделие (смысл) не доступно нам непосредственно. Тем не менее, мы можем зафиксировать это противоречие и продолжить искать ресурс, не просто совершенствуя инструмент-мышление, принципиально трансформируя его.

История философии — это попытки «перетянуть» категорию смысла на ту или иную сторону. Перетягиваем смысл на сторону знака, то есть смыкаем знак и смысл в неразрывную и онтологически самостоятельную субстанцию — получаем мышление в диапазоне от «формы форм» Аристотеля через «cogito» Декарта до «лингвистической относительности» Сепира и Уорфа. Перетягиваем смысл на сторону значения, то есть смыкаем сущее (означаемое) и смысл, наделяя онтологически самостоятельное сущее изначальной осмысленностью — получаем мышление в диапазон от «идей» Платона через «монады» Лейбница до «универсального мыслекода» Н. Хомского. Попытку воздержаться от того или иного «перетягивания» предпринял Кант, явившись своеобразной точкой фиксации имеющегося противоречия. Гегель, в качестве снятия этого противоречия, предложил идею развивающегося Абслюта, т. е. Абсолюта, нуждающегося в творческой работе мысли для нахождения, структурирования и оформления своих сущностно-бытийно-сущих связей.

Если мысль работает сама с собой и может сотворить любую сущность, которая потом онтологизируется и становится сущим — это произвол. Если мысль работает со смыслами, которые существуют изначально и от воздействия мысли никак не меняются — это детерминизм. Если мысль работает со смыслами, вариативность которых безгранична, и создаёт из них всё новые и новые уникальные структуры, которые превращают сущее в прекрасное Произведение — это свобода.

#### Развитие мышления с точки зрения совершенствования его трансцендентальных форм

Согласно Канту, у мышления как инструмента есть ограничения: базового уровня — трансцендентальные формы чувственности (пространство и время), и системного уровня — категории. Но если мы принимаем аксиому эволюционного развития мира, то она должна захватывать и эволюцию самих инструментов, то есть тех мировых констант, которые создают иллюзию неизменности. Трансцендентальные условия мысли должны совершенствоваться, иначе мысль не сможет обрабатывать и затрагивать новые, более глубокие пласты континуума смыслов.

Вот как говорит о необходимости такого совершенствования В.В. Налимов: «В одной из наших работ мы попытались показать, что к двум формам априорного созерцания Мира — пространству и времени (отмеченным Кантом) — надо добавить ещё число, ибо природа числа, данная нам во всем многообразии его проявления, ментальна. То же самое, конечно, можно сказать и о вероятностной мере. К 12-ти кантовским категориям возможности априорных синтетических суждений нужно добавить стохастичность, или даже шире — спонтанность. Отметим, что сейчас мы можем говорить не только об априорности пространственного упорядочения, но и о гораздо большем — об априорной заданности множества различных геометрий, являющихся атрибутами пространства. Из сказанного можно сделать следующие, существенные, как это нам представляется, выводы: (1) с развитием культуры наше Сознание расширяется путём освоения новой — фундаментальной априорности; (2) фильтры, через которые мы воспринимаем Мир, математичны по своей природе, ибо они опираются на базовые математические представления: пространство, время, число, вероятность и, следовательно, случайность» [9].

«Математичность фильтров» — тоже своего рода априорная ограниченность, но она также эволюционирует. Хотя великий апологет интуитивного познания Анри Бергсон серьёзно сомневался в математике («Мы не можем даже представить себе, как возможно подвергать математическим операциям органическое творчество, эволюционные явления, составляющие жизнь в собственном смысле слова» [1, с. 55]), нужно учитывать, что в 1907 году, когда была написана «Творческая эволюция», математические основы квантовой механики ещё только начинали создаваться. Математический инструментарий как один из видов априорности совершенствуется и трансформируется, демонстрируя необходимость изменения других априорных форм.

Для того, чтобы говорить о возможности математического моделирования структур смыслов (что само по себе выходит за рамки настоящей работы), попробуем взглянуть на происходящие уже сейчас изменения трансцендентальных форм пространства и времени.

#### Новое пространство

Начнём с открытия внутреннего пространства (пространства ума, топоса смыслов), которое, подобного пространству внешнему, может быть описано математически. Декарт

полагал, что у мыслительной субстанции нет пространственных характеристик. Предположим, что это не так. Приведём несколько существенных, на наш взгляд, возражений Декарту по этому вопросу.

Самое знаменитое высказывание Канта о звёздном небе и моральном законе уже содержит указание на безусловность внутреннего пространства: «Первое (звёздное небо) начинается с того места, которое я занимаю во внешнем чувственно воспринимаемом мире, и в необозримую даль расширяет связь, в которой я нахожусь, с мирами над мирами и системами систем <...>. Второй (моральный закон) начинается с моего невидимого Я, с моей личности, и представляет меня в мире, который поистине бесконечен, но который ощущается только рассудком и с которым (а через него и со всеми видимыми мирами) я познаю себя не только в случайной связи, как там, а во всеобщей и необходимой связи» [5, с. 499-501].

Вот следствие кантовской априорности с точки зрения В.В. Налимова: «Мы знаем, что пространственное восприятие физической реальности задаётся не столько окружающим нас Миром, сколько изначально заданной нашему сознанию способностью видеть Мир пространственно упорядоченным. Мы можем также научиться пространственно воспринимать Мир смыслов, если сумеем неким достаточно наглядным способом задать образ семантического поля. Так мы можем геометризовать наши представления о сознании и создать язык, близкий языку современной физики» [9].

И наконец, великий мистик современности Экхарт Толле говорит о внутреннем пространстве как о принципиальной возможности осознанности: «Поэтому давайте скажем так: в вас есть нечто родственное пространству, и именно поэтому вы можете его осознавать. Осознавать? Это также не совсем верно, ибо как можно осознавать пространство, если там нет ничего, что можно было бы осознавать? Ответ одновременно и прост, и глубок. Когда вы осознаёте пространство, вы не осознаёте ничего, кроме самой осознанности — внутреннего пространства сознания. Вселенная осознаёт через вас саму себя!» [10, с. 258]

Итак, в нашем внутреннем мире есть аналог пространства. Точнее, наоборот: внешнее пространство есть символическое выражение осознанности как таковой — пространства смыслов. Пространство смыслов абсолютно бесформенно и безбрежно. Это та материя, которая необходима для построения модели внутреннего мира. Будучи пустым, пространство смыслов одновременно вмещает смысловой континуум. Вот почему В.В. Налимов называет его «смысловым вакуумом». Погружение в «смысловой вакуум» достигается в процессе некоторых медитативных практик.

Как работать с этим пространством. Есть интересная метафора Н.И. Козлова «Внутренний Дом и его пространства», особенность которой в том, насколько легко она воспринимается (буквально, «ложится» в голову), превращая сокровенные и сложные вещи в красивый и понятный текст. Приведу здесь частично этот текст: «Давайте помечтаем. Пусть Внутренний Дом будет просторным, наполненным воздухом и светом через широко открытые окна. В его многочисленных и таких разных комнатах есть все, что нужно вам для жизни, – и в принципе нет нужды покидать его. Есть комнаты для гостей, для близких, для официальных встреч и

детских игр, наверху – поэтическая голубятня, а в основании – огромные подвалы, уходящие вглубь и вглубь: кладовые знаний и опыта. Мощные аккумуляторные батареи создают огромный запас жизнеобеспечения, хотя каждодневно вы питаетесь просто энергией Солнца, свет которого вы ловите всегда – даже когда Солнце за облаками. Дом вашей души чист и содержится в порядке, хотя постоянно строится – и вверх, и вглубь. Завтра он уже не тот, что вчера, а год меняет его внешность и интерьер почти неузнаваемо, хотя несущие конструкции вашего Дома постоянны и его не перепутаешь ни с каким другим. Ваш Дворец не потеряет высоту и не покачнется, потому что построен он не на зыбком болоте, а на холме посреди мира. Небо над ним ясно, и прекрасные дороги расходятся во все стороны от него. Дом богат, и все, допущенные в него, получают в дар столько, сколько они могут унести» [6, с. 40].

Из этой этого фрагмента видно, что несмотря на то, что мы говорим о «пустоте» — о вместимости некоторого внутреннего пространства, именно эта вместимость является максимально значимой. Как в даосском трактате «Дао дэ Цзин»: «Тридцать спиц соединяются в одной ступице, [образуя колесо], но употребление колеса зависит от пустоты между [спицами]. Из глины делают сосуды, но употребление сосудов зависит от пустоты в них. Пробивают двери и окна, чтобы сделать дом, но пользование домом зависит от пустоты в нем. Вот почему полезность [чего-либо] имеющегося зависит от пустоты» [3, книга 1, глава 11].

Ещё один интересный факт, связанный с осознанием внутреннего пространства, приводится в исследованиях Джо Диспенза [4, с. 266-320]. Когда мы осваиваем технику управления мышлением на физиологическом уровне, необходимо научиться осознанно влиять на изменение динамики мозгового излучения. Освоенный человеческим мозгом диапазон частот варьируется от быстрых высокочастотных бета-волн до самых медленных низкочастотных дельта-волн. Чем выше частота мозгового излучения, тем активнее осознающий разум, но тем ближе он к состоянию излишней стрессовой зацикленности, неспособности видеть полный спектр возможных смыслов. Вот почему необходимо уметь при необходимости понижать частоту мозгового излучения, приводя физическое тело в соответствие нашим духовным задачам. Альфа-волны являются своеобразным мостом между оформленным в мысли сознанием и бесформенным смысловым вакуумом<sup>3</sup>. Так вот, в своей книге Диспенза даёт интересную ссылку: «согласно результатам ЭЭГ-исследования, проводившегося у субъектов в момент прослушивания текста медитативной практики, переход в альфа-состояние совершается именно после фразы «осознайте пространство, которое занимает ваше тело в пространстве, и объём, который занимает это пространство в пространстве». Именно такая формулировка инструкции вызвала функциональные изменения волнового рисунка мозгового излучения, которые тут же были зафиксированы энцефалографом» [12, цит. по 4, с. 428].

Описанные примеры убеждают нас, что работа в этом направлении ведётся. И уже сейчас можно сделать предварительный вывод о том, что осознание внутреннего пространства

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Отдельный интерес представляют также описанные в книге Диспенза самые высокочастотные, но при этом когерентные гамма-волны, соответствующее трансцендентным или пиковым переживаниям [4, с. 285].

смыслов — это *достижимое* мыследействие, соответствующее более развитой моде (или модификации) трансцендентальной формы пространства. Более того, оно формирует особое *состояние сознания*, в котором бесчисленные смыслы как звёзды ночью проявляются *из пустоты*, обретая в её обрамлении блеск и красоту. «Вокруг события вдруг появляется пространство. — Пишет Экхарт Толле. — Равно как и вокруг эмоциональных взлётов и падений, и даже вокруг боли. Но главное, что то же самое пространство появляется между вашими мыслями. Это пространство дышит покоем, который не «от мира сего», потому что мир — это форма, а покой — это пространство. Это покой от Бога» [10, с .265].

#### Новое время

Если мы принимаем аксиому В.В. Налимова о наличии внутреннего пространства смыслов, то понимаем эту пространственную пустоту до краёв наполненной, этот «вакуум» — смыслосодержащим. Но содержать смыслы ещё не значит быть осмысленным. Необходимо активное начало, которое работает с этой полной пустотой: дарит ей формы, создаёт мир. И здесь нам необходима теория активного времени, которую разрабатывал другой выдающийся учёный современности — Николай Александрович Козырев (1908-1983). В философии Н.А. Козырев — продолжатель дела А. Бергсона, утверждавший что «активное участие времени должно оживлять мир» [7, с. 140]. В физике Н.А. Козырев — создатель причинной механики (как парадигмального основания физики времени), переосмысливающей понимание пространственно-временного континуума и задающей альтернативное направление в развитии релятивистской механики.

Поражают воображения сходные биографии великих людей В.В. Налимова и Н.А. Козырева. Если очень коротко: серьёзные и ранние научные достижения и открытия, работа с крупнейшими учёными, годы лагерей, возвращение к научной работе, работа до последнего вздоха, непонимание коллег в последние годы, когда результаты исследований стали выходить за рамки принятой научной парадигмы.

Поскольку физические аспекты работы А.Н. Козырева лежат вне сферы данной статьи (как и математические работы В.В. Налимова по теории вероятности), то отсылаю читателей к объёмной и содержательной статье Ф.Н. Козырева, сына А.Н. Козырева, «Пунктиры будущего физики времени» [8], в которой суть и значение астрофизических открытий изложены понятным, в том числе для гуманитариев, языком. Интересно, что один из учеников и последователей А.Н. Козырева вышел на проблемы, которые могли бы, возможно, стать синтезом вероятностно-ориентированной теории сознания В.В. Налимова и вероятностной интерпретации теории активного времени: «В сложных физических системах всегда присутствуют случайности и неопределённости. Обращая внимание на это обстоятельство, М.В. Воротков утверждает, что время организует неопределённости, управляет ими. При этом он трактует влияние времени как проявление творческого начала в нашем мире. <...> Такая трактовка роли времени требует нового подхода к постановке опытов и анализу их результатов, потому что в этом случае не работает привычный принцип повторяемости

результатов опытов. Иначе говоря, в опытах с участием активных свойств времени одинаковые начальные состояния системы уже не гарантируют одинаковости ее последующих состояний» [8, с. 34].

Однако вернёмся к философским контурам будущего мышления, о совершенствовании априорных форм которого идёт речь. Н.А. Козырев как астрофизик работает с физическим временем, А. Бергсон говорит о биологическом и психологическом времени — времени как длительности жизненных процессов. Но и в том, и в другом случаях подразумевается его активность и срощенность с «содержанием-материалом» (пространством, массой, смыслом и др.). Степень этой срощенности может быть различной. Например, когда мы выполняем механическую сборку по образцу, то по мере нашего обучения время этой операции может постепенно стремиться к нулю. Здесь время не сильно сцеплено с содержанием, оно почти несущественно. «Но для художника, который рисует картину, извлекая её из глубины своей души, время не будет чем-то второстепенным. Оно не будет таким интервалом, который можно было бы удлинить или укоротить, не изменяя его содержания. Длительность работы является здесь составной частью самой работы» [1, с. 322], — говорит Бергсон. Он пишет также о «непрерывности взаимопроникновения во времени, несводимой к простой мгновенной рядоположенности в пространстве» [1, с. 322].

Всё это парадоксальным образом приводит нас к догадке, что *мышление и есть длительность в чистом виде*. Мышление потому не может понять сущность времени, что само им является. Получается, что не время — априорная форма чувственности и мышления, а само *мышление* — *это развитая форма времени*, существенно отличающаяся от времени физического, но не по природе, а лишь *по степени совершенства*.

«Усилием симпатии, — пишет Бергсон, — нужно перенестись внутрь становления. Тогда не пришлось бы спрашивать себя, где будет подвижное тело, какую конфигурацию примет система, через какое состояние пройдёт изменчивость в любой момент: моменты времени, являющиеся всего лишь остановками нашего внимания, были бы уничтожены; это было бы попыткой следовать за истечением времени, за самим потоком реального» [1, с. 324]. Мысль сама должна быть временем, и это вполне правдоподобно. Каждый из нас может верифицировать такое предположение на собственном опыте: в моменты самозабвенного творчества, когда мы настолько погружены в работу созидания, что не спрашиваем о времени, не чувствуем времени, не знаем о времени, мы буквально «лепим» из него своё произведение. Очнулись — по ощущениям прошло минут десять — оказывается, четыре часа... Куда они делись? Возможно, именно из них, из длительности этих часов нашей жизни, из сгущения временнОй ткани мыслящего субъекта слепилось форма произведения.

Почему так долго живут и не разрушаются шедевры человеческого гения? Потому что в их форме очень интенсивное и плотное время — они могут источать его долго. Суть любой формы — быть врЕменным вместилищем смысла, поскольку смысл всегда превышает форму и постепенно её растворяет. Сотканные из обычного разреженного мыслевремени (попробуем ввести такой «рабочий термин») вещи исчезают достаточно быстро, сотканные из густого

творчески насыщенного мыслевремени — истончаются гораздо медленнее. Более того, они могут достраиваться и подпитываться новыми сгущениями.

Человек замер перед «Сикстинской мадонной» — время для него остановилось, он черпает смысл, истекающий (эманирующий) из совершенной формы великого полотна. И здесь существуют два пути, две возможности истечения смысла. Первый вариант назовём «смысловым резонансом»: время остановилось для созерцающего картину, потому что он попал в «смысловой вакуум», через открытый портал шагнул сразу «по ту сторону» — в бесформенное бытие континуума смыслов — и перестал времениться. Для такого созерцателя наступило вечное сейчас вне становления мыслевремени, вне его активности. Происходит что-то вроде «подзарядки аккумулятора» — глубокий сон, о котором мы ничего не помним, но из которого возвращаемся помолодевшими и отдохнувшими, готовыми к творческим подвигам и самоотдаче. Второй вариант назовём «творческим резонансом»: мыслевремя сгустилось от соприкосновения с другим подобным сгустком, источающим смысл, и стало лепить из себя новые формы. Может быть, в душе заиграла музыка; может быть, стали рождаться стихотворные строки; может быть, родилась новая форма души, выбирающая не революционный, но софиологический путь (как у С.Н. Булгакова, увидевшего «Сикстинскую мадонну»); а, может быть, эта густота обернулась трансформирующей силой, расплавляющей скорлупу «эго».

Оба резонанса для человека характеризуются потерей ощущения длительности, но в первом случае — мыслевремя действительно остановило свой бег, а во втором случае — совершило интенсивную работу, *через новые формы напитавшую новыми смыслами* рафаэлевскую форму. Так некоторые шедевры остаются вечно молодыми.

Ещё одно интересное косвенное доказательство предположения о временнОй природе мышления — роман французского писателя и драматурга Эрика-Эмманюэля Шмитта «Оскар и Розовая Дама». По сюжету мальчик, больной раком, узнаёт, что ему осталось жить 12 дней, и соглашается играть в игру, где каждый день считается за прожитые 10 лет. На днях мы были на спектакле, поставленном по мотивам этого романа. Я была ошеломлена, и мысленно постоянно возвращалась к идее спектакля. Если возможно (даже гипотетически) реализовать такую игру со временем, значит, оно проявляет себя по-разному в разных «материалах». В удивительном тропическом растении, которое проходит весь жизненный цикл за сутки, время реализует себя иначе, чем в камне, который живёт миллионы лет. В здоровом человеке — иначе, чем в тяжело больном. Время может слоиться и течь неравномерно. Зачем? Чтобы можно было выбирать, найти свою скорость потока, свой материал. Если у растения или камня в действительности выбора почти нет, то он однозначно есть у человека, если «материалом» его времени становится мысль.

В работах С.А. Борчикова материя мысли называется формалией, а модус формалии, её бытийное выражение называется формалью [2]. В данном контексте формалия — это время как трансцендентальная ступень смыслооформляющей активности, соответствующая мышлению человека или, по-другому, формалия — это мыслевремя. Тогда формаль — это модус

мыслевремени. Каждая формаль отличается по скорости, интенсивности, творческому потенциалу. (Возможно, отголоски такого понимания можно увидеть в понятиях «пассионарность» и «пассионарий»). Например, «формаль коммунистического строительства» активнее, чем «формаль построения рыночной экономики», а значит, время субъекта внутри этой формали воспринимается насыщеннее: оно способно адекватнее отражать общий смысл эпохи и активнее творить судьбы людей, вовлечённых в зону притяжения этой формали.

Параллельно с этой «коммунистической формалью» могли существовать (и существовали) формали, адекватные более тонким и трудно выразимым смыслам: «научной объективности», «философской критичности», «христианской терпимости», «нравственной неподкупности» и многих других модусов мыслевремени, часто вступающих в оппозицию с доминирующей формалью. В свою очередь, в эпоху вялой и содержательно выхолощенной «рыночной формали» существуют параллельно сложнейшие и активнейшие формали: «возрождения философской мысли», «толерантности», «синтеза духовных традиций» и многие другие. А значит, и жизнь конкретных люди протекает в совершенно разных по скорости и интенсивности мыслепотоках, вызывая в ком-то преждевременное физическое старение, а кого-то наделяя способностью чувствовать творческий интерес и горение до глубокой физической старости.

Кроме таких крупных общественных формалей, существуют и формали отдельных людей. И здесь возникает вопрос: насколько интенсивность и творческая плодотворность мыслевремени действительно зависит от человека? Если мы умеем управлять психологическим временем (вызывать в себе интерес и ускорять его течение), если принимаем гипотезу, что мышление и время — одной природы, то, конечно, возможно реализовать более интенсивную трансцендентальную форму мыслевремени.

Это может даже ребёнок, если у него есть настоящий мотив (как в романе про маленького Оскара). Но проблема в том, что все более древние и более устойчивые модусы времени не позволяют сдвинуть эту махину. Время бесчисленных электронов с их мгновенными и всё же одинаковыми по этой мгновенной продолжительности «спинами», время закручивания массивных звёздных масс, время пульсации живых органов, стремящихся поддерживать гомеостаз и даже время нашего «эго», привыкшего проявляться в типичных по интенсивности и продолжительности реакциях — всё это составляет тот ограничивающий мышление базис, преобразовать который возможно очень постепенно, усиливая мощь мышления осознанием его природы, а также той роли, которую ему предназначено играть во всеобщей осмысленной творческой эволюции.

Физическое время — время Мира, соответствующее тем уровням оформляющей активности, которые предшествовали появлению формы мышления. Психологическое мыслевремя — время Эго, отмеченное его парализующим влиянием и несущее на себе отпечаток страха, изолированности и безысходности. Творческое мыслевремя — время Бога, рождающее в нас любовь и подлинный энтузиазм (от греч. «наполненность Богом»).

#### Сильное мышление будущего

Сильно мышление будущего подобно дыханию: вдох — выдох, вдох — выдох, вдох — выдох. Вдох — сгущение формообразующего мыслевремени, выдох — растворение мыслевремени в бесформенности пространства смыслов. Вдох — создание новой формы длительности для жизни и эволюции сущего, выдох — заполнение этой формы новыми бесчисленными смыслами. Вдох — кристаллизация и огранка драгоценной структуры новых смыслов инструментом мыслевременного становления, выдох — переплавка инструмента в горниле смысловой полноты, напитывание его новыми силами и небывалыми свойствами. Вдох...

Можно также сравнить будущее мышление с синусоидой: верхняя полуволна — новая трансцендентальная форма времени, нижняя полуволна — новая трансцендентальная форма пространства. Волновая природа мышления подобна музыке жизни. Как любая гармония, эта музыка поверяется новыми трансцендентальными формами числа.

Сейчас мы только в редчайшие счастливые моменты познаём «отблески» будущей силы. Что мешает нам? В первую очередь, затвердевший и потерявший эластичность «панцирь» из эгоических структур. Если нам удаётся пробиться сквозь этот панцирь, мы испытываем радость самозабвенного творчества (что соответствует верхней полуволне) или подлинность осознанного присутствия (что соответствует нижней полуволне). И то, и другое состояния лишены типичных реакций и оценок нашего «эго».

Беда нынешнего мышления заключается также в том, что оно ещё очень плохо умеет совмещать (синтезировать) оба состояния. Возможно, освоение самозабвенного творчества идёт быстрее, поэтому люди, которым оно становится доступно, слишком переоценивают его значимость, начинают считать его единственным «смыслообразующим» фактором в мире, попадают в почти наркотическую зависимость от творческого процесса. Они страдают в моменты, когда лишены возможности творить, окружающая жизнь начинает казаться пресной и бессмысленной. С другой стороны, люди, которым удалось «открыть» мышление как осознанное присутствие в настоящем — даосы, буддисты, суфии, христианские мистики, некоторые философы — тоже зачастую начинают считать его единственным способом постижения смысла и таким образом обесценивают творчество. Важно, чтобы человеческое мышление стало полноценным, цикличным, мощным — таким, в котором творческая активность постоянно сопровождалась бы глубиной осмысления.

Хочется закончить эти заметки прекрасной цитатой Анри Бергсона, в которой обозначается точка приложения необходимых сегодня усилий мышления, а также указываются условия, позволяющие этим усилиям реализоваться. В поставленной задаче уже угадываются волны мышления будущего. И что особенно важно, Бергсон видит работу мышления как коллективную — работу по объединению духовных усилий всех мыслящих людей. «Человеческий интеллект, как мы его себе представляем, — это вовсе не тот интеллект, который показал нам Платон в своей аллегории пещеры. Он не должен ни наблюдать проходящие иллюзорные тени, ни созерцать, оборачиваясь назад, ослепительное светило. У

него есть другое дело. Впряжённые, как волы земледельца, в тяжёлую работу, мы чувствуем игру наших мускулов и суставов, тяжесть плуга и сопротивление почвы; действовать и сознавать себя действующим, войти в соприкосновение с реальностью и даже жить ею, но лишь в той мере, в какой она связана с выполняемым действием и вспахиваемой бороздой, — вот функция человеческого интеллекта. Но нас омывает благодетельная влага, в которой мы черпаем силы, чтобы работать и жить. Мы непрестанно вбираем что-то из океана жизни, в который погружены, и чувствуем, что наше существо или, по крайней мере, руководящий им интеллект, сформировались в этом океане как бы путём локального затвердения. Философия может быть только усилием к тому, чтобы вновь раствориться в целом. Интеллект, поглощаемый своим первоначалом, снова переживёт в обратном порядке свой собственный генезис. Но такая работа не может осуществиться сразу; по необходимости она будет коллективной и постепенной. Она будет состоять в обмене впечатлениями, которые, поправляя друг друга и накладываясь одни на другие, приведут к тому, что человеческая природа в нас расширится и превзойдёт саму себя» [1, с. 197-198].

#### Литература

- 1. Бергсон А. Творческая эволюция. М.: Терра-Книжный клуб; Канон-пресс-Ц, 2001. 384 с.
- 2. Борчиков С.А. Красота формалии // Вестник Тверского государственного университета. №3. Тверь, 2016. С.53-64.
  - 3. Дао дэ цзин // Дао: гармония мира. М.: ЭКСМО-Пресс; Харьков: Фолио, 1999. 864 с.
- 4. Диспенза Дж. Сила подсознания, или Как изменить жизнь за 4 недели. М.: Изд-во «Э», 2017. 480 с.
  - 5. Кант И. Критика практического разума // Собр. соч. в 6 тт. Т.4 Ч.1. М., 1965.
  - 6. Козлов Н.И. Философские сказки. М.: АСТ-ПРЕСС, 1999. 432 с.
- 7. Козырев Н.А. Астрономическое доказательство реальности четырёхмерной геометрии Минковского // Время и звёзды: к 100-летию Н.А. Козырева. СПб.: Нестор-История, 2008. 790 с.
- 8. Козырев Ф.Н. Пунктиры будущего физики времени // Библиотека портала «Воздушный замок». [Электронный ресурс]. URL: https://lib.rmvoz.ru/bigzal/fjodor\_kozyrev/punktiry\_budushhego\_fiziki\_vremeni
- 9. Налимов В.В. Осознающая себя Вселенная // Астрономия и современная картина мира. Сборник статей. М.: Ин-т философии РАН, 1996. [Электронный ресурс]. URL:http://vnalimov.ru/articles/111/395/
- 10. Толле Э. Новая Земля. Пробуждение к своей жизненной цели. М.: РИПОЛ классик, 2017. 368 с.
- 11. Фреге Г. Логика и логическая семантика: Сборник трудов. М.: Аспект Пресс, 2000. 512 с.
- 12. Fehmi, Les, Ph.D. Jim Robbins, The Open-Focus Brain: Harnessing the Power of Attention to Heal Mind and Body. Boston: Trumpeter Books, 2007.





### Лекции профессора В.И. Моисеева по R-анализу



#### Лекция 1. О поле, линейном (векторном) пространстве и операторах

© Моисеев В.И., 2017

В математике есть система следующих понятий:

- 1. Отображение это сопоставление каждому элементу одного множества элементов другого множества элементов. Обозначается обычно так: F:  $A \rightarrow B$ , когда каждому x из B сопоставляется F(x) подмножество из B. A область определения, B область значения F. Если F(x) это один элемент, то отображение называют *однозначным*. Если существует такой x из A, что F(x) это множество на нескольких элементах, то F называют *многозначным* отображением.
  - 2. Функция это однозначное отображение, обычно на числах.
- 3. *Оператор* это однозначное отображение, обычно на более сложных объектах, чем числа, например, на векторах или функциях.

Если A – оператор, x – его *аргумент*, то Ax = y – *значение* оператора A на x.

Часто рассматривают операторы на векторах, когда аргументы и значения операторов – векторы. В квантовой механике операторы действуют на функции, которые также могут быть представлены как векторы в специальных функциональных пространствах.

Множество элементов R называется *полем*, если на нём заданы двуместные операции + и  $\cdot$ , и выполнены следующие аксиомы (для любых элементов  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  из R):

- 1. Коммутативная группа по сложению
- $1.1.\alpha + \beta = \beta + \alpha$
- 1.2.  $(\alpha+\beta)+\gamma = \alpha+(\beta+\gamma)$
- 1.3. Найдётся такой элемент 0 из R, что  $\alpha + 0 = \alpha$
- 1.4. Для каждого  $\alpha$  найдётся такой элемент  $-\alpha$ , что  $\alpha + (-\alpha) = 0$
- 2. Коммутативная группа по умножению
- $2.1.\alpha\beta = \beta\alpha$
- $2.2.(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$
- 2.3. Найдётся такой элемент 1 из R, что  $\alpha 1 = \alpha$
- 2.4. Для каждого  $\alpha$  найдётся такой элемент  $1/\alpha$ , что  $\alpha(1/\alpha)=1$
- 3. Дистрибутивность
- $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$
- 4. Аксиомы порядка

- 4.1. Если  $\alpha < \beta$ , то  $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$  для любого  $\gamma$
- 4.2. Если  $\alpha$ < $\beta$ , и  $\gamma$ >0, то  $\alpha\gamma$ < $\beta\gamma$ .

*Равенством* = называется двуместное отношение =, для которого выполнены следующие условия:

- 1.  $\alpha = \alpha$ ,
- 2. Если  $\alpha = \beta$ , то  $\beta = \alpha$ ,
- 3. Если  $\alpha = \beta$ , и  $\beta = \gamma$ , то  $\alpha = \gamma$ .

*Строгим порядком* < называется двуместное отношение <, для которого выполнены следующие свойства<sup>4</sup>:

- 1.  $(\alpha < \alpha)$
- 2. Если  $\alpha < \beta$ , то  $(\beta < \alpha)$
- 3. Если  $\alpha < \beta$  и  $\beta < \gamma$ , то  $\alpha < \gamma$

*Нестрогий порядок* ≤ может быть определён с использованием строгого порядка < и равенства = на основе следующего соглашения:

$$\alpha \leq \beta \equiv \alpha < \beta \vee \alpha = \beta$$

Векторы – это элементы *линейного* (*векторного*) *пространства* X над полем F, для которого (для X над F) выполнены следующие аксиомы:

- 1. Коммутативная группа по сложению
- 4.1.x+y = y+x
- 4.2.(x+y)+z = x+(y+z)
- 4.3.x+0 = x
- 4.4.x + (-x) = 0
- 2. Внешнее умножение на число
- $2.1. \alpha(x+y) = \alpha x + \alpha y$
- 2.2.  $(\alpha+\beta)x = \alpha x + \beta x$
- 2.3.  $\alpha(\beta x) = (\alpha \beta)x$
- 2.4. 1x = x

Оператор A – это однозначное отображение на элементах векторного пространства X, т.е. каждому x из X сопоставляется один элемент y = Ax из X.

Оператор А называется линейным, если для него выполнены условия:

- 1. Аддитивность: A(x+y) = Ax + Ay
- 2. Однородность:  $A(\alpha x) = \alpha Ax$

Если для оператора A и вектора x найдётся такое число  $\alpha$ , что

(1)  $Ax = \alpha x$ ,

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> ] - логическая операция отрицания («не верно, что»).

то говорят, что α - это *собственное значение*, х – *собственный вектор* оператора А. Множество собственных значений A называется *спектром* A.

Уравнение вида (1) называется *уравнением на собственные значения* (*векторы*) оператора.

Пример оператора: Ax = x + z, где z -некоторый фиксированный вектор.

Задание: проверить, является ли оператор А линейным, исследовать уравнение для него на собственные значения.

### Лекция 2. Числовые определения векторов

© Моисеев В.И., 2017

Выше мы рассмотрели основные аксиомы поля и векторного пространства. Добавим ещё несколько штрихов к конструкциям последнего.

Пусть дано векторное пространство X над полем F.

Вектор x из X называется *независимым* от векторов  $x_1$ ,  $x_2$ ,...,  $x_n$  из X, если не существует представления вида

 $x = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i,$ 

где хотя бы один  $\alpha_i$  отличен от нуля. Здесь  $\alpha_i$  – элементы поля F.

Сумма вида  $\Sigma^{n}_{i=1}\alpha_{i}x_{i}$  называется *суперпозицией* векторов  $x_{i}$ .

Таким образом, вектор х независим от векторов  $x_i$ , если он не может быть представлен как какая-то ненулевая их суперпозиция (суперпозиция, где хотя бы один  $\alpha_i$  не равен нулю).

Например, красный цвет не может быть получен никакими смесями зелёного и синего цветов. Тогда красный цвет независим от зелёного и синего цветов, если эти цвета представить как векторы в некотором цветовом векторном пространстве.

Набор векторов  $x_i$ , где i=1,...,n, называется *базисом* векторного пространства X, если

- 1) Все векторы  $x_i$  независимы друг от друга, т.е. каждый вектор  $x_i$  независим от всех иных векторов из набора  $x_1, x_2, ..., x_n$ ,
- 2) Для любого вектора x из X найдутся такие элементы  $\alpha_i$ , где i=1,...,n, что  $x=\Sigma^{n}{}_{i=1}\alpha_i x_i$ , т.е. x может быть представлен как суперпозиция векторов  $x_i$ , i=1,...,n.

Можно показать, что если один базис включает в себя п векторов в пространстве X, то и любой другой базис пространства X будет также включать в себя п векторов, так что число элементов базиса является инвариантом, характеризующим пространство X. Этот инвариант носит название *размерности* пространства X.

Отображение, которое сопоставляет каждому вектору х из X вещественное число |x|, называется *нормой*, если выполнены следующие условия:

- 1)  $|x| \ge 0$ ,
- 2)  $|\alpha x| = |\alpha||x|$ , где  $|\alpha|$  модуль числа  $\alpha$ ,
- 3)  $|x + y| \le |x| + |y|$  неравенство треугольника.

3адача: показать, что |0| = 0 – норма нулевого вектора равна нулю.

Отображение, которое каждой паре векторов x и y из X сопоставляет вещественное число  $\rho(x,y)$ , называется *расстоянием* между x и y (*метрикой* на x и y), если выполнены следующие условия:

- 1)  $\rho(x,y) = 0$  если только если (е.т.е.) x=y аксиома тождества,
- 2)  $\rho(x,y) = \rho(y,x)$  аксиома симметрии,
- 3)  $\rho(x,z) \le \rho(x,y) + \rho(y,z)$  аксиома треугольника.

3адача: показать, что  $\rho(x,y) \ge 0$ .

Метрика и норма связаны между собой. Если дана норма |x|, то метрику  $\rho(x,y)$  можно определить по правилу:  $\rho(x,y) = |x-y|$ .

Задача: показать выполнение аксиом метрики в этом случае, используя аксиомы нормы

И наоборот, если определена метрика  $\rho(x,y)$ , то можно определить норму по правилу:  $|x| = \rho(x,0)$ .

Задача: показать выполнение аксиом нормы в этом случае, используя аксиомы метрики.

Скалярным произведением (x,y) векторов x и y из пространства X называется отображение из X в поле F такое, что выполнены следующие свойства:

- 1)  $(x,x)\geq 0$ , и (x,x)=0 е.т.е. x=0,
- 2)  $(x,y) = (y,x)^*$ , где  $\alpha^*$  число, комплексно-сопряжённое к  $\alpha$ , если F поле комплексных чисел (если  $\alpha$  вещественное число, то  $\alpha^* = \alpha$ ),
  - 3)  $(\alpha x + \beta y, z) = \alpha(x, z) + \beta(y, z)$ , где  $\alpha, \beta$  элементы поля F.

Если дано скалярное произведение в пространстве X, то на его основе можно определить норму по следующим правилам:

$$(x,x) = |x|^2$$
, T.e.  $|x| = \sqrt{(x,x)}$ .

Наоборот, если дана норма, то можно определить скалярное произведение по следующему правилу:

$$(x,y) = |x||y|\cos(x,y),$$

где cos(x,y) - косинус угла между векторами x и y.

Таким образом, все три понятия – норма, метрика и скалярное произведение – связаны между собой. Вводя одно из них, можно ввести и два других.

Эти конструкции позволяют ввести числовые определения векторов – длину вектора (норма), расстояние между векторами (метрика), угол между векторами (скалярное произведение).

Векторное пространство X с заданным на нём скалярным произведением называется *евклидовым пространством*.

Задача: рассмотреть пространство цветов как векторное пространство, определить его размерность, понять, что будет нулём этого пространства, что будет означать домножение вектора на число в этом случае и т.д.

#### Лекция 3. Комплексные числа

© Моисеев В.И., 2017

Комплексные числа – это числа вида a+ib, где a, b – вещественные числа, и i – мнимая единица $^5$ , для которой выполнено равенство

(1)  $i^2 = -1$ 

или

(2) 
$$\sqrt{(-1)} = i$$
.

Во избежание противоречий, запись вида  $\sqrt{(-|x|)}$ , где x – вещественное число, |x| - модуль x, и  $|x| \neq 1$ , принято записывать в виде  $\dot{N}(|x|)$ .

Задача: покажите, что если не следовать этому правилу, то для умножения  $\sqrt{(-3)} \cdot \sqrt{(-3)}$  получится неверный результат.

Для комплексного числа z = (a+ib) компонента а называется *вещественной*, а компонента b-мнимой частью числа z. Используются следующие обозначения: Re(z) = a, Im(z) = b. Замечу, что сами a и b – это вещественные числа.

Комплексное число -z, противоположное числу z = (a+ib), определяется по правилу:

(3) 
$$-z = -(a + ib) = (-a) + i(-b)$$
.

Примеры операций:

Сложение: (a+ib) + (c+id) = (a+c) + i(b+d),

Вычитание: (a+ib) - (c+id) = (a-c) + i(b-d),

Умножение:  $(a+ib) \cdot (c+id) = (ac - bd) + i(bc + ad)$ ,

Деление: (a+ib):  $(c+id) = (ac+bd)/(c^2+d^2) + i((bc-ad)/(c^2+d^2))$ .

 $<sup>^{5}</sup>$  Впервые была обозначена так Леонардом Эйлером от латинского слова imaginarius — воображаемый.

Задача: выведите правила для умножения и деления, используя свойство (1).

Если определить таким образом операции на комплексных числах, то оказывается, что они образуют поле, лишь за тем исключением, что для них не определён порядок, т.е. если взять два комплексных числа w и u, то в общем случае нельзя сказать, какое из них больше, а какое меньше.

Задача: покажите выполнение аксиом поля (коммутативная группа по сложению и умножению, дистрибутивность) для множества комплексных чисел.

Комплексные числа обычно интерпретируют как векторы на плоскости, когда по оси х откладываются вещественные числа, по оси у – мнимые, так что числу z = a + ib сопоставляется вектор (a,b) с координатами a u b – cm. puc.1.

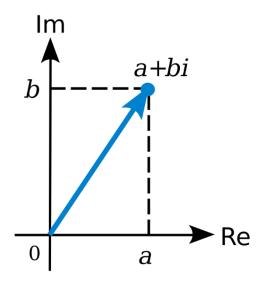


Рис.1 Изображение комплексного числа на плоскости.

В честь французского математика Жана Аргана, впервые предложившего интерпретировать комплексные числа на плоскости, такая плоскость называется *плоскостью Аргана*<sup>6</sup>. Часто также используют выражение *комплексная плоскость*.

Задача: исследуйте, как будут выглядеть операции сложения и умножения комплексных чисел на плоскости Аргана.

Для числа z = a + ib *комплексно сопряжённым* числом называют число вида  $z^* = a - ib = a + i(-b)$ . Числа z и  $z^*$  называются *комплексно сопряжёнными*.

 $\it 3адача$ : выясните, как на плоскости Аргана изображаются комплексно сопряжённые числа. Докажите, что  $z^{**}=z$ .

Запись комплексного числа вида z = a + ib называется *алгебраической записью (формой)*. Кроме неё, используется также *тригонометрическая запись (форма)*:

(4) 
$$z = r(\cos \varphi + i\sin \varphi)$$
, где  $a = r\cos \varphi$ ,  $b = r\sin \varphi$ .

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Хотя вместе с Арганом и независимо от него такую же интерпретацию использовали математики Каспар Вессель и Иоганн Гаусс, так что комплексную плоскость называют иногда и их именами, например, *плоскостью Гаусса*.

Также, опираясь на формулу Эйлера (впервые открытую Леонардом Эйлером)

(5)  $e^{i\phi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$ ,

где е – основание натурального логарифма (иррациональное число, примерно равное е = 2.71828...), используют *логарифмическую запись (форму)* комплексных чисел:

(6) 
$$z = re^{i\phi}$$
.

Величина r в логарифмической записи комплексного числа  $z=re^{\imath\phi}$  называется *модулем*, а величина  $\phi$  - *аргументом* числа z.

Логарифмическая запись особенно удобна для выражения умножения комплексных чисел:

(7) 
$$z_1 \cdot z_2 = r_1 e^{i\phi_1} \cdot r_2 e^{i\phi_2} = r_1 r_2 e^{i(\phi_1 + \phi_2)}$$
,

т.е. при умножении комплексных чисел их модули перемножаются, а аргументы складываются.

Если изображать число z на плоскости Аргана вектором (a,b), то модуль  $r=|z|=\sqrt{(a^2+b^2)}$  – это длина вектора, а аргумент  $Arg(z)=\phi$  - это угол, на который вектор (a,b) отложен относительно направления оси x – см. рис.2.

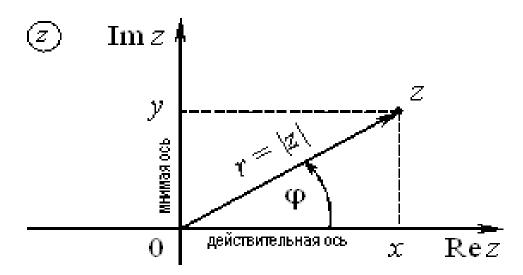


Рис.2. Модуль и аргумент комплексного числа на плоскости Аргана.

Против часовой стрелки от оси х откладываются положительные углы, по часовой стрелке – отрицательные углы.

Поскольку тригонометрические функции  $\sin \phi$  и  $\cos \phi$  периодичны с периодом  $2\pi$ , то для них будут выполнены равенства:

(8) 
$$\sin \varphi = \sin(\varphi + 2\pi k)$$
,  $\cos \varphi = \cos(\varphi + 2\pi k)$ , где  $|k| = 0,1,2,3,...$ 

Поэтому аргумент  $\operatorname{Arg}(z)$  комплексного числа z определён как множество бесконечного числа углов вида  $\phi + 2\pi k$ , где |k| = 0,1,2,3,... Величину  $-\pi < \phi \le \pi$  в этом случае называют *главным значением* аргумента  $\operatorname{Arg}(z)$  числа z и обозначают  $\operatorname{arg}(z)$ .

Комплексные числа – очень загадочные числа, которые таят в себе много тайн и красивых закономерностей. В целом, можно сказать, что они гораздо в большей степени содержат в себе

моменты гармонии и плерональности (полноты), нежели вещественные числа. Если вещественные числа вытянуты в бесконечную линию, то комплексные числа обнаруживают в своей структуре много циклических и спиральных параметров.

Самый простой пример – это логарифмическая запись комплексных чисел  $z=re^{i\phi}$ . Согласно этой записи, мы видим, что любое комплексное число z можно представить как произведение вещественного числа r и комплексного числа  $e^{i\phi}=\cos\phi+i\sin\phi$ . Но последнее – это вектор единичной длины, конец которого лежит на окружности радиуса 1 в плоскости Аргана – см. рис.3.

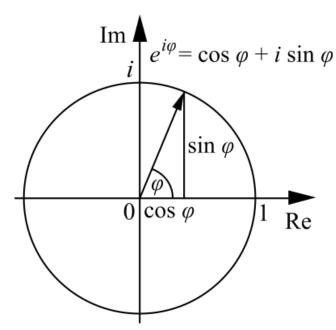


Рис.3. Единичная окружность на комплексной плоскости.

Отсюда следует, что вся комплексная плоскость – это образ единичной окружности, т.е. в основе всего многообразия комплексных чисел лежит циклическая структура. И каждое комплексное число, кроме линейного параметра (модуля), обладает ещё и циклическим (угловым) параметром – аргументом. Возможно, такой параметр связан с мерой полноты (углом бытия) в определениях комплексного числа.

#### Лекция 4. Элементы классического анализа

© Моисеев В.И., 2018

Множество вещественных чисел R является полем, которое включает в себя множество натуральных чисел 1,2,3,..., т.е. для этого поля выполнена

Аксиома Архимеда: для любых чисел x и y, где x>y, найдётся такое число n, что ny>x.

Эта аксиома отрицает существование актуальных бесконечно малых и бесконечно больших величин. В самом деле, положительная бесконечно большая величина – это величина, которая больше любого вещественного числа, т.е. её нельзя превысить никаким вещественным

числом, в том числе вида ny. Если же в аксиоме Архимеда взять обратные величины, то получим отрицание бесконечно малых (положительная бесконечно малая – это величина, меньшая любого положительного вещественного числа).

Задача: докажите более строго, используя аксиому Архимеда, что среди вещественных чисел нет бесконечно больших и бесконечно малых величин.

Кроме того, множество вещественных чисел является *полным полем*, т.е. любая сходящаяся последовательность в этом поле имеет предел как элемент этого же поля. Чтобы разобраться с этим свойством, нам нужно понять, что такое сходящаяся последовательность и предел.

Бесконечная последовательность вещественных чисел  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty} = \{a_1,a_2,a_3,...\}$  – это последовательность вещественных чисел  $a_n$ , идущих в определённом порядке, до бесконечности. Поскольку элементов в такой последовательности бесконечно много, то её нельзя задать простым перечислением всех элементов, но только через формулу (функцию), которая содержит закон изменения некоторой переменной.

Например,  $\{1/n\}_{n=1}^{\infty} = \{1,1/2,1/3,...\}$  – это последовательность чисел вида 1/n, где n=1,2,3,.... Здесь n – переменная по натуральным числам, 1/n – закон (функция), через который задаётся последовательность.

Последовательность  $\{a_n\}_{n=1}^\infty$  называется *сходящейся*, если для неё выполнено следующее условие:

(1)  $\forall \epsilon > 0 \; \exists N \; \forall n,m > N$ :  $|a_n - a_m| < \epsilon - для любого вещественного числа <math>\epsilon$ , где  $\epsilon > 0$ , найдётся такое натуральное число N, что для любых натуральных чисел n,m больше N верно  $|a_n - a_m| < \epsilon$ .

Это значит, что какое бы маленькое положительное число є мы ни взяли, всегда найдётся такой номер N членов последовательности, что все элементы последовательности с номерами, больше N, будут находиться между собой на расстоянии, меньше є.

Иными словами, с увеличением номера, элементы последовательности всё более близко прилежат друг к другу – сходятся между собой. Отсюда и название: «сходящаяся последовательность».

Ещё одно важное понятие – понятие предельной последовательности и предела.

Говорят, что число а является *пределом* последовательности  $\{a_n\}^{\infty}_{n=1}$ , если выполнено следующее условие:

(2)  $\forall \epsilon > 0 \; \exists N \; \forall n > N \colon |a - a_n| < \epsilon -$  для любого вещественного числа  $\epsilon$ , где  $\epsilon > 0$ , найдётся такое натуральное число N, что для любого натурального числа n больше N верно  $|a - a_n| < \epsilon$ .

Это свойство похоже на свойство сходимости (1), но всё же несколько отличается от него. В свойстве (2) утверждается, что элементы последовательности лежат не между собой всё более близко с увеличением порядкового номера, а всё более близко в отношении к числу а, т.е. они как бы сходятся к этому числу, всё больше приближаясь к нему, - как бы в пределе, когда

порядок элемента п стремится к бесконечности, стремясь слиться с а.

Тот факт, что а – предел последовательности  $\{a_n\}^{\infty}_{n=1}$ , обозначается в следующем сокращённом виде:

(3)  $a = \lim_{n\to\infty} a_n$ ,

и читается «а есть предел а n-го (последовательности а n) при n, стремящемся к бесконечности».

Последовательность называется предельной, если для неё существует предел.

Понятия сходящейся и предельной последовательности в теории вещественных чисел оказываются тесно связанными. Полнота множества вещественных чисел как раз и заключается в том, что любая сходящаяся вещественная последовательность одновременно оказывается предельной, и предел этой последовательности также принадлежит множеству вещественных чисел. Иными словами, это множество включает в себя все свои пределы, - и в этом смысле оно является полным.

Задача: используя те же определения сходящейся и предельной последовательности, покажите, что множество рациональных чисел является неполным (рациональные числа – это множество всех дробей вида  $\pm m/n$ , где m, n – натуральные числа или m=0; в десятичной записи они выражаются как суммы натурального числа (или нуля) и либо конечных, либо периодичных десятичных дробей).

На понятии предела и полноте вещественных чисел строится весь классический математический анализ. Приведём здесь некоторые характерные примеры.

*Вещественная функция* f:A→B – это однозначное отображение из множества A в множество B, где A и B – подмножества вещественных чисел, т.е. A⊆R и B⊆R, так что каждому числу x из A, т.е. каждому  $x \in A$ , функция f сопоставляет единственное число  $y \in B$ , которое обозначается f(x). A называется *областью определения*, B – *областью значения* функции f.

Функция f:A $\to$ B называется *непрерывной в точке*  $x_0 \in A$ , если существует интервал ( $x_0$ - $\Delta, x_0 + \Delta$ ) = {y:  $x_0$ - $\Delta < y < x_0 + \Delta$ } – множество таких вещественных чисел y, что  $x_0$ - $\Delta < y$  и  $y < x_0 + \Delta$ , где  $\Delta$  – положительное вещественное число, так что интервал ( $x_0$ - $\Delta, x_0$ + $\Delta$ ) является подмножеством A, т.е. (x- $\Delta, x$ + $\Delta$ ) $\subseteq$ A, и выполнено условие:

(4)  $\forall \epsilon > 0 \; \exists (0 < \delta < \Delta) \; \forall x: \; |x_0 - x| < \delta \supset |f(x_0) - f(x)| < \epsilon -$  для любого  $\epsilon$ , где  $\epsilon > 0$ , найдётся такое  $\delta$ , где  $\delta > 0$  и  $\delta < \Delta$ , что для любого x верно:  $|x_0 - x| < \delta$  влечёт  $|f(x_0) - f(x)| < \epsilon$ .

Это значит, что чем ближе прилежат точки x к точке  $x_0$  в области определения A, тем ближе прилежат точки f(x) к значению функции f в  $x_0$ , т.е. к  $f(x_0)$ , в области значения B.

Иногда образно говорят так: бесконечно малым приращениям аргумента в точке  $x_0$  соответствуют бесконечно малые приращения функции в точке  $f(x_0)$ .

Более компактно свойство непрерывности функции f в точке  $x_0$  можно записать через символ предела следующим образом:

(5)  $\lim_{x\to x_0} f(x) = f(x_0)$  – читается «предел f от x при x стремящемся к  $x_0$  равен f от  $x_0$ ».

Используя понятие непрерывности функции в точке, можно определить непрерывность функции на *интервале* (a,b) =  $\{x: a < x < b\}$  – множестве всех тех x, что x>a и x<b. Функция *непрерывна на интервале* (a,b), если она непрерывна в каждой точке этого интервала.

В подобной манере начинает строиться математический анализ, в котором, хотя и запрещены актуальные бесконечно малые и бесконечно большие величины, но они активно используются как потенциальные величины.

В данных выше определениях сходящейся и предельной последовательности, непрерывности функции мы видим одну методологию, которая иногда называется «εδязыком». В этом случае актуальная конструкция бесконечно малой заменяется стремящимся к нулю процессом (потенциальной бесконечно малой), например, стремящимся к нулю расстоянием между элементами сходящейся последовательности или расстоянием между элементами предельной последовательности и пределом.

Актуальная бесконечно малая  $1/\infty$  заменяется на стремящийся к нулю процесс, который обозначается в виде  $b_n \to 0$  или  $x \to 0$ , или  $f(x) \to 0$ . Аналогично актуальная бесконечно большая величина  $\infty$  заменяется на стремящиеся к бесконечности процессы:  $b_n \to \infty$  или  $x \to \infty$ , или  $f(x) \to \infty$ .

Стремление вида  $b_n \rightarrow 0$  в терминах  $\epsilon \delta$ -языка можно определить следующим образом:

(6)  $\forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n > N: |b_n| < \varepsilon$ .

Это же стремление кодируется записью  $\lim_{n\to\infty}b_n=0$ .

Стремление вида  $b_n \to \infty$  может быть определено в следующем виде:

(7)  $\forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n > N : b_n > \varepsilon$ 

или в виде кодировки  $\lim_{n\to\infty} b_n = \infty$ .

Именно такие процессы стремления к бесконечному являются главными в математическом анализе. Здесь, с одной стороны, запрещены (в силу аксиомы Архимеда), актуальные бесконечные величины (бесконечно малые или бесконечно большие), а, с другой, их использование и есть самая суть математического анализа как нового математического аппарата (во времена своего формирования математический анализ даже назывался «анализом бесконечных»).

Решением этого парадокса явился переход от актуального к потенциальному, когда актуальные бесконечные величины стали систематически заменяться стремящимися к ним процессами (потенциальными бесконечностями). Эта техника принадлежит Ньютону и его последователям, в то время как Лейбниц предлагал использовать актуальные бесконечные. Но в его время не удалось создать строгий аппарат выражения бесконечных как актуальных величин. И развитие теории бесконечных пошло по пути Ньютона. Только во 2-й половине 20-го века удалось создать строгую версию математического анализа, где использовались актуальные бесконечные, - это так называемый *нестандартный анализ*, созданный Абрахамом Робинсоном.

В рамках *R-анализа* (релятивистского анализа количества) также возрождается линия Лейбница актуального выражения бесконечных, но, кроме того, возникает возможность финитизации бесконечного, чего не было ни у Ньютона с Лейбницем, ни в нестандартном анализе.



#### Лекция 5. О понятии R-функций

© Моисеев В.И., 2018

Рассмотрев ряд предварительных математических структур, - поле и векторное пространство, множества вещественных и комплексных чисел, элементы теории пределов, - мы начинаем рассмотрение основных конструкций R-анализа. В этой лекции мы коснёмся только самых первых структур – так называемых «R-функций».

Термин «R-анализ» означает *релятивистский анализ количества* (relativistic analysis of quantity). Главная идея этого анализа состоит в том, что количество относительно (релятивно), и в первую очередь это относится к таким фундаментальным состояниям количества, как конечность и бесконечность.

R-анализ утверждает, что понятия конечного и бесконечного относительны: то, что бесконечно в одной ситуации, в другой может оказаться конечным, и наоборот.

Чтобы реализовать эту идею, в R-анализе используются некоторые первичные отображения, которые переводят бесконечное в конечное и обратно. В простейшем случае это вещественные функции, которые далее будут называться *R-функциями*.

В общем случае к R-функции предъявляется ряд требований. Нужно, чтобы эта функция f была:

- взаимно-однозначной, т.е. каждому элементу х из своей области определения она сопоставляла единственный элемент f(x) из своей области значения и наоборот (такие отображения также называются в математике биекциями),
- была непрерывной и, возможно, гладкой (дифференцируемой) в своей области определения,
  - была строго возрастающей,
- была нечётной, т.е. для неё должно выполняться свойство f(-x) = -f(x); и отсюда следует, что эта функция в нуле даёт ноль докажите.

Поскольку R-функции отображают конечное в бесконечное и обратно, то возникает два типа R-функций: 1) те, которые отображают конечное в бесконечное, - я их буду называть прямыми R-функциями, и 2) те, которые, наоборот, отображают бесконечное в конечное, - их можно называть обратными R-функциями.

В простейшем случае, если мы рассматриваем вещественные R-функции, то бесконечное можно представить как бесконечное множество вещественных чисел R, а в качестве конечного

рассматривать некоторый интервал (a,b), где a и b – вещественные числа, и a < b.

В качестве *базовых* R-функций я буду рассматривать такие, для которых интервал (a,b) имеет вид (-M,+M), где M – некоторое вещественное положительное число, т.е. M>0.

В этом случае *прямую базовую* R-функцию можно обозначать в виде  $y = R^{+1}_M(x)$ , так что она будет отображать интервал (-M,+M) в множество вещественных чисел R. *Обратную базовую* R-функцию можно обозначить в виде  $y = R^{-1}_M(x)$ , так что она, наоборот, будет отображать всё множество вещественных чисел R в интервал (-M,+M).

В этом случае мы можем добавить ещё одно требование к базовым R-функциям:

(1)  $\lim_{M\to\infty} R^{\pm 1}_M(x) = x,$ 

т.е. при стремлении M к бесконечности прямые и обратные базовые R-функции должны переходить в тождественные отображения.

В качестве примера базовых R-функций можно привести таковые, построенные на основе функции тангенса у = tgx. Только для выполнения тех требований к R-функциям, которые были приведены выше, нужно также, чтобы выполнялось условие (1), и R-функции нужно было бы определить не только на интервале (- $\pi$ /2, $\pi$ /2), но вообще на интервале (-M,M). Для этого достаточно взять R-функции вида:

- прямая базовая R-функция:  $y = (2M/\pi) tg(\pi x/2M)$ ,
- обратная базовая R-функция:  $y = (2M/\pi) \operatorname{arctg}(\pi x/2M)$ ,

где y = arctgx - функция арктангенса, т.е. функция, обратная тангенсу.

Прямая R-функция имеет следующий общий вид – см. рис.1.

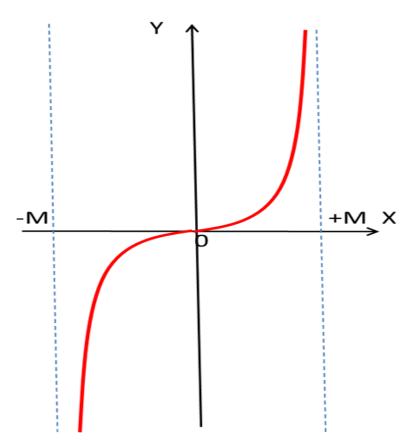


Рис.1. Общий вид прямой базовой R-функции  $y = R^{+1}_{M}(x)$ .

Обратная базовая R-функция может быть в общем виде изображена следующим образом – см. рис.2.

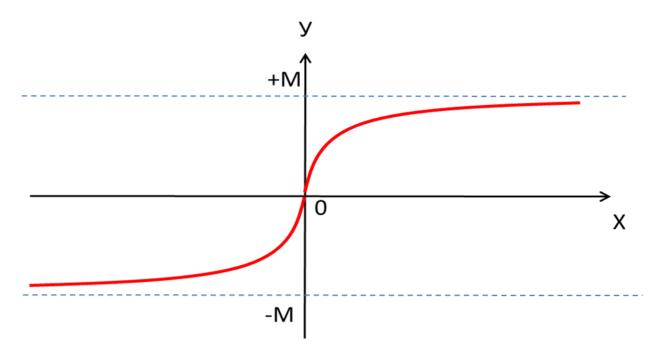


Рис. 2. Общий вид обратной базовой R-функции  $y = R^{-1}_{M}(x)$ .

В силу своих свойств, обратная базовая R-функция изоморфно отображает множество вещественных чисел и все структуры на нём в интервал (-M,+M). Множество  $R^* = R^{-1}_M(R)$  – область значения обратной базовой R-функции - образует, например, структуру поля относительно операций R-сложения  $\oplus$  и R-умножения  $\otimes$ :

- (2)  $a \oplus b = R^{-1}M(R^{+1}M(a) + R^{+1}M(b)) R$ -сложение величин а и b из множества  $R^*$ ,
- (3)  $a \otimes b = R^{-1}M(R^{+1}M(a) \cdot R^{+1}M(b)) R$ -умножение величин а и b из множества  $R^*$ .

В силу изоморфизма, для этих операций выполняются все свойства поля, но в качестве поля теперь выступает не множество всех вещественных чисел R, а его подмножество  $R^* = (-M, M)$ .

Используя изоморфизм, выстраиваемый на основе R-функций (его можно называть *R-изоморфизмом*), можно воспроизводить все структуры на вещественных числах, например, многомерные векторные пространства над полем вещественных чисел, или структуры, производные от вещественных чисел, например, структуры комплексных чисел и комплексного анализа.

Задача: постройте R-функции для комплексных чисел, предполагая, что вещественные R-функции уже построены.

Казалось бы, ничего нового R-изоморфизм не может дать по определению, поскольку это именно изоморфизм, т.е. совершенно точное воспроизведение структуры вещественных чисел в несколько иных формах, и ничего более. Однако новый ресурс появляется здесь в связи с тем, что мы можем, опираясь на R-изоморфизм, не ограничиваться только им, но использовать его в рамках более богатой структуры.

Важно заметить, что множество R\* оказывается не только изоморфным множеству вещественных чисел R, но и одновременно вложено в него как его часть. Если быть точным,

нужно различать два множества вещественных чисел: 1) то, которое изоморфно множеству  $R^*$  - его можно обозначить R(1), и 2) то, в которое вложено множество  $R^*$ , - обозначим его R(2).

Ничего нового не возникает для множества  $R^*$  только в отношении к множеству R(1). Что же касается множества R(2), то оно даёт как бы внешний взгляд на  $R^*$ , представляя его как ограниченное множество – интервал (-M,M), - имеющий конечные верхний и нижний пределы. Такой внешний взгляд на множество  $R^*$ , когда оно рассматривается как подмножество объемлющего множества R(2), можно выражать идеей *внешней метрики* множества  $R^*$  и его структур, т.е. когда элементы и структуры из  $R^*$  интерпретируются как таковые из R(2).

Возьмём любой элемент  $x^*$  из множества  $R^*$ . По определению, для него существует прообраз х такой, что  $x^* = R^{-1}{}_{M}(x)$ , т.е. элемент  $x^*$  образован обратной R-функцией из  $x \in R(1)$ . Поскольку  $x^*$  принадлежит множеству  $R^*$ , которое является подмножеством множества R(2), то  $x^*$  можно представить и как элемент R(2). И если  $x^*$  находится в отношении R-изоморфизма со своим прообразом x, то представление  $x^*$  как элемента R(2) выходит за границы R-изоморфизма.

Лучше всего это можно увидеть на примере аксиомы Архимеда.

Для множества  $R^*$  можно сформулировать свой R-аналог аксиомы Архимеда: для любых чисел  $x^*$  и  $y^*$ , где  $x^* > y^*$ , найдётся такое число  $n^*$ , что  $n^* \otimes y^* > x^*$ .

Порядок на элементах из  $R^*$  изоморфен порядку на элементах из R(1), так что я его обозначил не  $<^*$ , а просто <. Но, конечно, точнее было бы и здесь использовать символ  $*^*$  для обозначения порядка из  $R^*$ .

R-аксиома Архимеда утверждает, что множество элементов из R\* архимедово, т.е. не существует максимального или минимального элемента, который нельзя было бы превысить или преуменьшить.

Посмотрим теперь на множество  $R^*$  как подмножество R(2). Поскольку  $R^*$  занимает только конечный интервал (-M,M) на множестве R(2), то здесь легко найти такое число x из R(2), которое будет больше любого элемента из  $R^*$ . Например, таким числом является верхняя граница интервала M. Здесь имеем:

(4)  $x^* < M$  - для любого  $x^*$  из  $R^*$ ,

т.е. ни одним элементом из R\* нельзя превысить число M.

Соотношение (4) появляется у нас благодаря тому, что множество  $R^*$  оказывается подмножеством R(2), и любой элемент  $x^*$  из  $R^*$  является одновременно элементом из R(2), в связи с чем на него могут быть распространены структуры из R(2), например, отношение порядка из R(2). Именно это отношение порядка фигурирует в (4), выражая неархимедовость множества  $R^*$  с точки зрения множества R(2). А это уже новый момент, выходящий за границы R-изоморфизма.

В частности, все величины, которые в рамках R(2) лежат правее M, и само число M, могут рассматриваться как такие величины, которые для множества R\* играют роль бесконечно большого, поскольку любой такой элемент больше любого элемента из R\*, что в терминах

прообразного для R\* множества R(1) можно рассматривать как бесконечно большое.

В итоге мы получаем первый эффект релятивности (относительности) количества в R-анализе: то, что выступает как бесконечно большое для множества R(1), оказывается конечным для множества R(2), и подобной трансформацией мы обязаны R-функциям, отображающим R(1) в R\* и обратно, при одновременном вложении R\* в R(2).

#### Лекция 6. Бесконечно малые в R-анализе

© Моисеев В.И., 2018

Мы продолжаем знакомиться с R-анализом. В прошлой лекции мы рассмотрели понятие и примеры R-функций, а также коснулись проблемы финитизации бесконечного. В этой лекции мы посмотрим, что будет, если средствами R-анализа выразить идею бесконечно малого.

Бесконечно большие величины – это величины, больше всех конечных величин. И благодаря внешней метрике, мы смогли выразить такие величины: 1) сжав всё множество вещественных чисел R(1) в интервал  $R^* = (-M,M)$ , 2) вложив этот интервал в множество R(2), где появляются величина M и все величины, больше неё, которые начинают играть для  $R^*$  роль бесконечно большого.

Теперь давайте обратимся к теме бесконечно малого. По аналогии с бесконечно большим, бесконечно малое – это такая положительная величина, которая меньше всех положительных конечных величин, т.е. она лежит между нулём и всеми положительными конечными величинами.

Но где ей здесь уместиться? Ведь положительные вещественные числа сколь угодно близко подходят к нулю, и сколь бы малое положительное вещественное число мы ни взяли, всегда найдётся такое положительное число, которое ещё меньше. Это и есть аксиома Архимеда в приложении к бесконечно малому: среди вещественных чисел нет бесконечно малых.

Также не вполне понятно, смогут ли здесь помочь R-функции. В самом деле, чтобы получить бесконечно большие, нам достаточно было сжать все вещественные числа и погрузить их обратной R-функцией в объемлющее множество вещественных чисел R(2).

А чтобы найти место бесконечно малым, нам что, нужно как-то разжать промежуток между нулём и всеми вещественными числами? Как это сделать?

По крайней мере, ясно, что базовые R-функции нам здесь помочь не смогут, поскольку они непрерывно и взаимно однозначно отображают множество вещественных чисел в себя в окрестности нуля.

В то же время, если мы введём хотя бы одно бесконечно малое число є, то можно будет ввести и любое другое бесконечно малое число вида хє, где х – вещественное число. В самом деле, если бы это было не так, и число хє было бы не бесконечно малым, а обычным

вещественным числом, то бесконечно малое  $\varepsilon = x\varepsilon/x$  можно было бы получить простым делением числа  $x\varepsilon$  на x, т.е. делением одного вещественного числа на другое. Но результат деления одного вещественного числа на другое есть также вещественное число (почему?), а среди вещественных чисел, согласно аксиоме Архимеда, нет бесконечно малых.

Следовательно, произведение xs – это не вещественное число, т.е. также бесконечно малое число. Но тогда бесконечно малых будет столько же, сколько вещественных чисел, и все они должны умещаться вокруг нуля и между всеми вещественными ненулевыми числами, образуя некоторую бесконечно малую окрестность нуля, которая в нестандартном анализе называется «монадой», в честь Лейбница и его монадологии – см. рис.1.

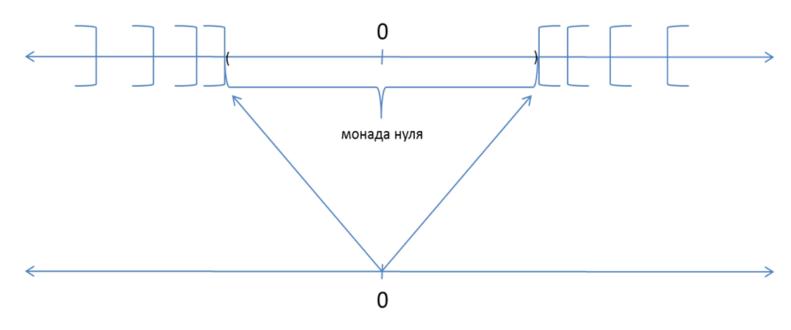


Рис.1. Символическое изображение бесконечно малой окрестности («монады») нуля как результата разжатия множества вещественных чисел вокруг нуля.

Чтобы уместить бесконечно малые вокруг нуля и разжать ноль в монаду, введём ещё одну R-функцию, которую назовём монадической.

Это будет та же базовая R-функция, но с малым верхним порогом m, т.е. прямую базовую R-функцию можно написать в виде R+1m, обратную – в виде R-1m.

Точнее даже дело не в величине порога, а в том, как монадическая функция взаимодействует с базовой R-функцией.

Изобразим разжатие нуля в монаду таким образом, что сопоставим нулю интервал (-m,+m), который является областью значения обратной монадической R-функции, т.е.

(1) (-m,+m) = R-1m(R),

где R – множество вещественных чисел.

Мы как бы смотрим в микроскоп, и на месте нуля начинаем видеть конечный интервал (-m,+m) – монаду нуля (см. рис.1).

Точно также, на месте любой вещественной точки х мы начинаем видеть монаду х:

(2) (x-m,x+m) = x + R-1m(R).

Итак, каждой вещественной точке x мы начинаем сопоставлять монаду этой точки. Точку x можно называть центром своей монады (x-m,x+m).

Но где лежат эти монады?

Если они лежат в том же множестве вещественных чисел, что и их центры (как на рис.1), то они станут обычными вещественными числами, и не смогут выполнять роль бесконечно малых, в силу аксиомы Архимеда.

Поэтому я предположу, что монады лежат как бы в другом количественном слое, который почти не пересекается с количественным слоем вещественных чисел. Это, например, можно понимать так, что монады принадлежат вещественным прямым, которые перпендикулярны прямой обычных вещественных чисел, но пересекаются с ней в точке центра монады – см. рис.2.

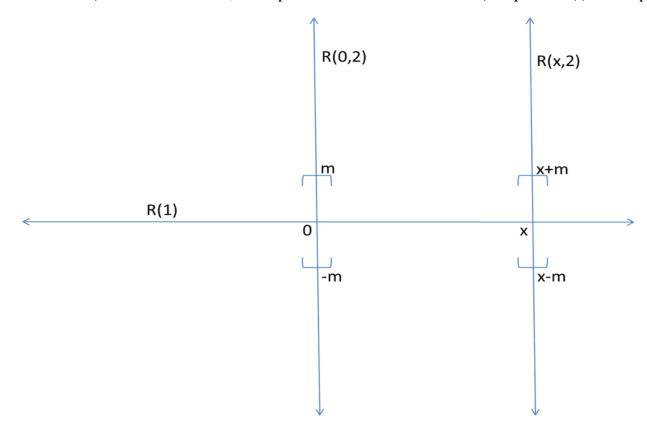


Рис.2. Монады умещаются на своих вещественных прямых R(x,2), которые ортогональны исходной вещественной прямой R(1) и пересекают её в центрах монад.

Множество вещественных чисел, где лежит монада x, т.е. (x-m,x+m), можно обозначить через R(x,2), а то множество вещественных чисел, которое сжимается обратной монадической R-функцией в (x-m,x+m), обозначим через R(x,1). Таким образом, имеем:

(3) 
$$R^{-1}_m(R(x,1)) = (x-m,x+m) \subseteq R(x,2)$$
.

И множество R(x,2) пересекается с множеством R(1) – областью определения обратной базовой R-функции  $R^{-1}_M$ , в точке x. Это значит, что только точка x является общей для x-монады (монады с центром в x) и базовым множеством вещественных чисел R(1). Поэтому элементы x-монады и не мешают базовым вещественным числам – элементам множества R(1), поскольку на этом множестве они все отождествлены с точкой x.

Чтобы выразить эти конструкции более строго, будем рассматривать пары вещественных чисел (x,y), где x будет выражать элемент из базового множества R(1), а элемент y – из монадического множества R(x,1).

Для пар (х,у) введём операции:

- сложение:  $(x_1,y_1) + (x_2,y_2) = (x_1+x_2,y_1+y_2)$ ,

- вычитание:  $(x_1,y_1)$   $(x_2,y_2)$  =  $(x_1-x_2,y_1-y_2)$ ,
- умножение:  $(x_1,y_1) \cdot (x_2,y_2) = (x_1 \cdot x_2,x_1y_2 + x_2y_1)$ ,
- деление:  $(x_1,y_1):(x_2,y_2)=(x_1:x_2,(x_2y_1-x_1y_2)/x_2^2).$

На парах (х,у) можно ввести порядок по правилам:

(4) 
$$(x_1,y_1) < (x_2,y_2) \equiv (x_1 < x_2) \lor ((x_1 = x_2) \land (y_1 < y_2)).$$

Теперь можно интерпретировать величины (0,y) как бесконечно малые, а величины (x,0) – как конечные. Покажем, что положительные бесконечно малые лежат между нулём и всеми положительными конечными.

Положительная бесконечно малая – это пара (0,у), где у>0.

Положительная конечная величина – это пара (x,0), где x>0.

Ноль – это пара (0,0).

Тогда, используя определение порядка (4), получим (докажите!):

(5) 
$$(0,0) < (0,y) < (x,0)$$
.

Таким образом, в самом деле, пары (0,y) можно рассматривать как бесконечно малые величины в отношении к конечным величинам (x,0). Это значит, что только для множества конечных величин (x,0) и только для множества бесконечно малых (0,y) аксиома Архимеда не выполняется, хотя она выполнена для всего множества пар (x,y).

Задача: проверьте выполнение аксиомы Архимеда для множества всех пар (x,y).

Введём для пар (x,y) два вида отображений  $r_0$  и  $r_1$ , которые будем называть 0- и 1- реализациями:

- (6)  $r_0(x,y) = x$ ,
- (7)  $r_1(x,y) = x + R^{-1}_m(y)$ .

0-реализация выражает *режим замыкания* х-монады, когда все монадические элементы (x,y) отображаются в центр монады x и оказываются неразличимыми.

Что же касается 1-реализации, то ею предполагается, что элементы монады могут проявляться в множестве R(1), чем выражен *режим размыкания* х-монады. Но конечно в этом случае они перестают быть бесконечно малыми, и оказываются некоторыми конечными величинами.

Возможность режима размыкания и 1-реализации монад позволяет нам называть монадические элементы не столько бесконечно малыми, сколько *несравнимо малыми*, поскольку их бесконечность или конечность оказывается теперь результатом сравнения (соизмерения) одного количественного слоя с другим. 0-реализация выражает полную несоизмеримость монадического и базового количественных слоёв, что можно выразить как *ортогональность* вещественных пространств R(x,2) и R(1), в то время как 1-реализация представляет их полную соизмеримость, что можно выразить как полную *параллельность* пространств R(x,2) и R(1).

Наконец, когда множество R(1) сжимается обратной базовой R-функцией в множество R\*,

то 1-реализация х-монады изменится и примет следующий вид:

(8) 
$$r_1(x,y) = R^{-1}_M(x + R^{-1}_m(y)).$$

Так может быть реализована идея «разжатия нуля» и вставления в этот «разжатый ноль» множества (монады) бесконечно малых величин. Для этого нам понадобилось дополнить базовые R-функции монадическими и скоординировать их между собой в правиле 1 реализации (8).

В качестве простейшего примера применения R-анализа несравнимо малых величин, рассмотрим парадокс кучи (сорит), когда складываются песчинки, и поначалу их множество не есть куча, а потом возникает новый объект – куча. Здесь парадокс: из нулей (песчинок) возникает не ноль (куча).

Чтобы разрешить этот парадокс, представим величину одной песчинки как монадическую величину (0,y). Сколько бы ни складывали их тем сложением, которое было определено для пар, всегда будет получаться монадическая величина:

(9) 
$$\Sigma_{n}(0,y_{n}) = (0,\Sigma y_{n}),$$

т.е. таким путём куча никогда возникнуть не может, если под кучей понимать немонадическую (конечную) величину вида (x,0), где x>0.

Следовательно, если куча всё же возникает, то имеет место некое иное сложение, которое можно выразить как сложение 1-реализаций монадических величин:

(10) 
$$\Sigma_n r_1(0,y_n) = \Sigma_n R^{-1}_m(y_n)$$
.

Пока эта сумма меньше верхней границы монады m, мы можем считать её не отличающейся от сложения вида (9), поскольку для сложения в (9) получим:

(11) 
$$r_1\Sigma_n(0,y_n) = r_1(0,\Sigma y_n) = R^{-1}_m(\Sigma y_n) < m$$
.

Но когда сумма вида (10) впервые превысит m для некоего n, то суммы вида (10) и (11) уже нельзя будет отождествлять, так что сумму вида (10) нельзя будет представить как 1-реализацию монадической величины, в то время как для неё найдется такой x>0, что будет верно следующее равенство:

(12) 
$$r_1(x,0) = x = \Sigma_n r_1(0,y_n) > m$$
.

В итоге сумма монадических величин (нулей) станет конечной величиной (не нулём).

Как видим, решение парадокса обязано различению двух сумм:

- 1) сумме (10) как сумме 1-реализаций такую сумму можно называть *внешней* (она (внешне) складывает 1-реализации),
- 2) сумме (11) как 1-реализации суммы такую сумму можно называть *внутренней*, она складывает 1-реализации внутренне через R-сложение:

 $R^{-1}_{m}(a+b) = R^{-1}_{m}(a) \oplus^{-1} R^{-1}_{m}(b)$ , где индекс «-1» указывает на монадический количественный слой как слой минус-первого порядка (первого монадического порядка) относительно слоя базового количества.

В итоге парадокс решается переходом от внутренней к внешней сумме монадических

величин. Если внутренняя сумма никогда не может вывести за пределы монады, то внешняя сумма в состоянии это сделать, что в реальности и происходит. Наша зрительная сенсорика задаёт верхний порог различимости m, относительно которого одна песчинка – это практически ноль, а в самой реальности реализуется внешнее сложение, когда сумма нулей даёт не ноль.

Интересно также отметить, что описанная выше алгебра на парах (x,y) может быть представлена как алгебра *дуальных чисел*  $x+\epsilon y^{-7}$ , где  $\epsilon$  понимается как некоторая единица, подобная мнимой единице i, но для которой выполнено равенство  $\epsilon^2=0$ . Если принять условие  $\epsilon=(0,1)$ , то, согласно введённым выше правилам оперирования с парами, получим:

$$\varepsilon^2 = \varepsilon \varepsilon = (0,1) \cdot (0,1) = (0,0) = 0.$$

Алгебра дуальных чисел является не полем, а *двумерной коммутативной ассоциативной* алгеброй с единицей относительно мультипликативной операции над полем вещественных чисел<sup>8</sup>.

# Лекция 7. Несравнимо большое и несравнимо малое в R-анализе © Моисеев В.И., 2018

В предыдущей лекции мы ввели бесконечно малые в R-анализ, когда были рассмотрены пары чисел и определена специальная алгебра на них, а также реализации этих пар. В силу возможности конечных реализаций, было предложено бесконечно малые величины называть несравнимо малыми. Каждая вещественное число оказалось центром монады – множества всех несравнимо малых величин, окружающих это число. Наряду с базовыми, были также введены монадические R-функции.

Таким образом, мы пополняем множество вещественных чисел множеством монад. Каждая монада – это монадическая R-система, внутри которой сжато своё множество вещественных чисел:

(1) 
$$R^*(x) = (x-m,x+m) = R^{-1}_{m(x)}(R(x,1)) = x+R^{-1}_{m}(R(x,1)),$$

где  $R^*(x)$  – монада с центром в точке x, R(x,1) – множество вещественных чисел как область определения обратной монадической R-функции  $R^{-1}_{m(x)}$ , сжимающей  $R^*(x)$  в интервал (x-m,x+m), лежащий на вещественной оси R(x,2), пересекающейся с осью R(1) в точке x, – см. рис.1.

56

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> См. https://ru.wikipedia.org/wiki/Дуальные числа.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Там же.

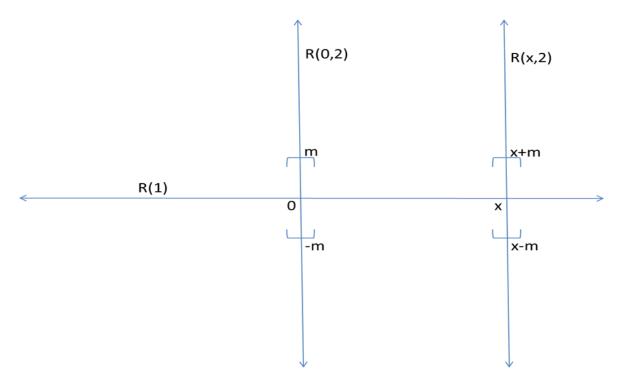


Рис. 1. Монады умещаются на своих вещественных прямых R(x,2), которые ортогональны исходной вещественной прямой R(1) и пересекают её в центрах монад.

Но ещё ранее мы обсуждали возможность введения бесконечно больших величин – для чего достаточно было сжать вещественную прямую R(1) обратной базовой R-функцией  $R^{-1}_{M}$  в интервал (-M,+M), лежащий на оси R(2), - см. рис.2.

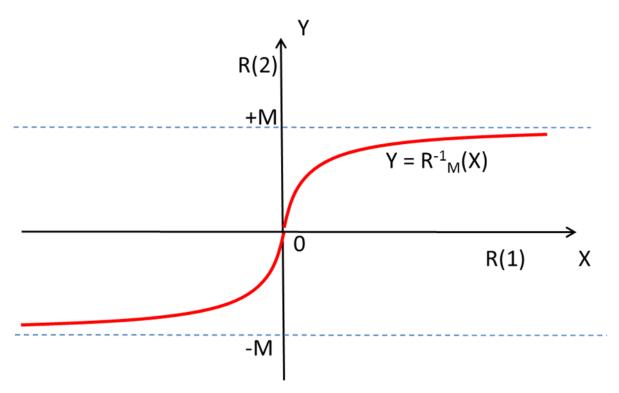


Рис.2. Обратная базовая R-функция сжимает вещественную ось R(1) в интервал (-M,+M) на оси R(2).

Тогда все величины, лежащие на границе M и далее на оси R(2), можно было рассматривать как бесконечно большие величины для интервала (-M,+M) или прямой R(1).

Давайте теперь более строго введём бесконечно большие величины, подобно тому, как мы ввели бесконечно малые, - перейдя от отдельных вещественных чисел к их парам. Если бы мы хотели пополнить обычные вещественные числа только бесконечно большими величинами,

без бесконечно малых, то мы должны были бы также перейти к парам и построить исчисление пар, аналогичное таковому для бесконечно малых. Но давайте сейчас сделаем нечто большее – введём бесконечно большие величины, сохраняя одновременно и бесконечно малые величины. Это потребует введения *троек* вещественных чисел следующего вида:

(2) (q,x,y),

где q будут обозначать бесконечно большие, x – базовые и y – бесконечно малые величины.

Определим на таких тройках следующие операции:

- сложение:  $(q_1,x_1,y_1) + (q_2,x_2,y_2) = (q_1+q_2,x_1+x_2,y_1+y_2)$ ,
- вычитание:  $(q_1,x_1,y_1)$   $(q_2,x_2,y_2)$  =  $(q_1-q_2,x_1+x_2,y_1+y_2)$ ,
- умножение:  $(q_1,x_1,y_1) \cdot (q_2,x_2,y_2) = (q_1x_2+q_2x_1,q_1y_2+x_1x_2+y_1q_2,x_1y_2+x_2y_1).$

Задача: определите операцию деления, исходя из её обратности операции умножения.

Здесь могут быть определены группы по сложению с нейтральным элементом 0 = (0,0,0) и по умножению с нейтральным элементом 1 = (0,1,0).

Задача: проверьте, что элемент (0,1,0) является нейтральным элементом для определённой выше операции умножения на тройках.

На тройках (q,x,y) можно ввести порядок по правилам:

$$(3) \quad (q_1,x_1,y_1) < (q_2,x_2,y_2) \equiv (q_1 < q_2) \lor ((q_1 = q_2) \land (x_1 < x_2)) \lor ((q_1 = q_2) \land (x_1 = x_2) \land (y_1 < y_2)).$$

Теперь можно интерпретировать величины (0,0,y) как бесконечно малые, величины (0,x,0) – как конечные, а (q,0,0) – как бесконечно большие.

Покажем, что положительные бесконечно большие лежат между бесконечностью и всеми положительными конечными величинами.

Положительная бесконечно большая – это тройка (q,0,0), где q>0.

Положительная конечная величина – это тройка (0,x,0), где x>0.

Бесконечность – это тройка ( $\infty$ ,0,0).

Тогда, используя определение порядка (3), получим (докажите!):

(4) 
$$(0,x,0) < (q,0,0) < (\infty,0,0)$$
.

Таким образом, в самом деле, тройки (q,0,0) можно рассматривать как бесконечно большие величины в отношении к конечным величинам (0,x,0). Это значит, что только для множества конечных величин (0,x,0) и только для множества бесконечно больших (q,0,0) аксиома Архимеда не выполняется, хотя она выполнена для всего множества троек (q,x,y).

Задача: проверьте выполнение аксиомы Архимеда для множества всех троек (q,x,y).

Также, по-прежнему, для троек существуют и актуальные бесконечно малые, т.е. можно доказать, что

(5) 
$$(0,0,0) < (0,0,y) < (0,x,0),$$

где x>0 и y>0.

В этом случае тройка (0,0,у) выражает бесконечно малую величину.

Таким образом, мы расширяем средства R-анализа на бесконечно большие и бесконечно

малые величины, одновременно координируя их в единой структуре.

Как можно было бы геометрически проинтерпретировать отношение бесконечно больших и конечных величин?

Здесь нам может помочь тот факт, что конечное в отношении к бесконечно большому есть то же, что бесконечно малое в отношении к конечному. А отношение конечного и бесконечно малого мы уже ранее проинтерпретировали через отношение перпендикулярных вещественных прямых, так что нам понадобилось двумерное вещественное пространство (вещественная плоскость) для полной интерпретации конечных и бесконечно малых величин.

Используя указанную аналогию, мы можем предполагать, что и конечное должно находиться на вещественной прямой, перпендикулярной к той вещественной прямой, на которой располагаются бесконечно большие величины.

Если вещественную прямую, на которой лежат конечные величины, мы обозначали ранее как R(1), а ту прямую, куда сжимается R(1) обратной базовой R-функцией в интервал (-M,M), через R(2), то теперь нужно ввести третью вещественную прямую R(3), с которой прямая R(2) будет перпендикулярной, пересекая её в точке 0. Также и все прямые  $R(x^*,2)$ , где лежат монады, также должны быть перпендикулярны не только прямой R(2), но и R(3), поскольку бесконечно малое в отношении к конечному ещё более бесконечно мало в отношении к бесконечно большому.

В итоге нам понадобится трёхмерное вещественное пространство, чтобы изобразить отношение бесконечно больших, конечных и бесконечно малых величин, - см. рис.3.

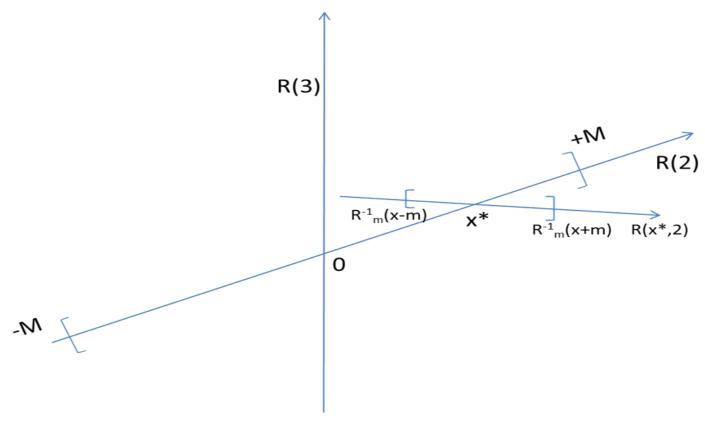


Рис.3. Трёхмерное пространство бесконечно больших (ось R(3)), конечных (интервал (-M,M) на оси R(2)) и бесконечно малых (интервалы  $(R^{-1}_m(x-m), R^{+1}_m(x+m))$  на осях  $R(x^*, 2)$ , где  $x^* = R^{-1}_m(x)$ ).

Так же, как и для пар, для троек (q,x,y) можно ввести разные виды реализаций как отображений на ось R(3):

- (6)  $r_0(q,x,y) = q 0$ -реализация тройки,
- (7)  $r_1(q,x,y) = q + R^{-1}M(x) 1$ -реализация тройки,
- (8)  $r_2(q,x,y) = q + R^{-1}_M(x + R^{-1}_m(y)) 2$ -реализация тройки.

0- и 2-Реализации означают, что бесконечно большие и бесконечно малые величины могут проявлять себя как конечные на оси бесконечно больших величин R(3). Это вновь заставляет нас использовать здесь термин не «бесконечные», но «несравнимые», например, «несравнимо большие» и «несравнимо малые».

Так может быть реализовано первое симметричное построение R-анализа, где есть три состояния количества – конечное (базовое), несравнимо малое и несравнимо большое.

Далее можно строить R-анализ по аналогии, вводя несравнимые всё более высоких порядков. Понятно, что для их интерпретации потребуются уже многомерные пространства с числом измерений больше 3. В своей монографии «Логика открытого синтеза» я впервые дал достаточно строгое описание версии R-анализа с бесконечным числом порядков несравнимых – как несравнимо малых, так и несравнимо больших. В этом случае мы оперируем с бесконечными в обе стороны последовательностями вещественных чисел, на которых можно задать свои операции сложения, умножения и т.д. Конечные последовательности чисел окажутся в этом случае результатом ограничения бесконечной иерархии R-систем до некоторой их конечной части, как это можно было видеть на примере исчисления пар и троек.

В конце я приведу один пример применения исчисления троек.

В теории относительности есть верхняя граница скоростей – скорость света, и действует так называемый *релятивистский закон сложения скоростей*. Академик В.Л. Рвачёв<sup>10</sup> и соавторы показали, что такой закон можно представить как результат R-сложения для некоторой R-функции:

(9) 
$$v_1 \oplus v_2 = R^{-1}_c(R^{+1}_c(v_1) + R^{+1}_c(v_2)),$$

где  $R^{\pm 1}_{c}$  – базовые R-функции с верхней границей с – скоростью света.

При таком сложении сумма любого числа скоростей никогда не превысит скорости света, т.е. такое сложение является неархимедовым.

Это значит, что *в теории относительности задана базовая R-система скоростей с верхним порогом с, т.е. данная в финитном статусе в рамках несравнимо большой R-системы скоростей.* 

Следовательно, здесь могут быть применены средства R-анализа.

Скорость как конечная величина может быть выражена в R-анализе 1-реализацией следующей тройки:

(10) 
$$r_1(0,R^{+1}c(v),0) = R^{-1}c(R^{+1}c(v)) = v.$$

И релятивистский закон сложения скоростей в этом случае окажется просто 1-реализацией суммы троек:

 $<sup>^9</sup>$  См.: Моисеев В.И. Логика открытого синтеза: в 2-х тт. Т.1. Структура. Природа. Душа. Кн.2. — СПб.: ИД «Міръ», 2010. — 744 с. — С 123-234

 $<sup>^{10}</sup>$  См.: В.Л.Рвачев, А.Н.Шевченко, Т.И.Шейко. Исчисления с наибольшим числом // Кибернетика и системный анализ, 1995, №3. - С.71 $^{-}$ 86.

$$(11) \quad r_1((0,R^{+1}_c(v_1),0) + (0,R^{+1}_c(v_2),0)) = R^{-1}_c(R^{+1}_c(v_1) + R^{+1}_c(v_2)) = v_1 \oplus v_2.$$

В этом случае теория относительности оказывается некоторой частной версией применения R-анализа к механическому движению.

Отсюда сразу же следует вывод: если пространство скоростей в теории относительности дано как базовое R-пространство в финитном статусе, то оно оказывается вложенным в несравнимо большое пространство скоростей, во внешней метрике которого только и может быть определена максимальность скорости света как верхний порог базовой R-системы скоростей. Но тем самым предполагается реальность метрики несравнимо большой R-системы скоростей и возможность превышения в этой метрике скорости света.

Более операционально это означает возможность задания скоростей вида

(12) (v,0,0),

т.е. несравнимо больших скоростей, 0-реализация которых будет иметь вид:

(13)  $r_0(v,0,0) = v$ ,

что, в частности, предполагает возможность v>c, т.е. сверхсветовых несравнимо больших скоростей.



#### Лекция 8. Элементы квантовой механики

© Моисеев В.И., 2018

Поговорим немного о квантовой механике и её методологии 11.

В классической физике движение тела обычно описывается так, что тело разбивается на малые части (материальные точки), и движение каждой точки описывается как заданность её координаты и скорости в каждый момент времени. С этим же связаны и другие величины – энергия, импульс, момент импульса и т.д. В целом для движущейся системы можно одновременно и сколь угодно точно определить все физические величины (наблюдаемые).

В квантовой механике всё не совсем так.

Физической системе там ставят в соответствие некоторый новый объект – так называемую функцию состояния (квантовомеханическую ψ-функцию (пси-функцию)), которая является к тому же комплекснозначной. И предполагается, что обычный объект и его параметры – это как бы некоторые проявления более глубокой сущности, которой является ψ-функция. Вместо того чтобы описывать движение объекта, описывают движение его ψ-функции, а все нужные параметры уже находят из той же ψ-функции.

Ещё один важный момент – каждой физической величине, которую можно измерить в эксперименте, например, координате, импульсу, энергии и т.д., ставится в соответствие

 $<sup>^{11}</sup>$  Далее я буду использовать только так называемое *представление Шредингера* квантовой механики.

некоторый *оператор*: координате – *оператор координаты*, импульсу – *оператор импульса* и т.д. Эти операторы действуют на том же пространстве, где определены функции состояний.

Операторы подбираются специальным образом. Чтобы понять принципы такого подбора, нужно знать, что такое собственные функции и собственные значения оператора.

Если H – векторное пространство $^{12}$  над полем комплексных чисел, и A – оператор на этом пространстве,  $\psi$  - элемент из H, то A действует на  $\psi$  и образует новый элемент A $\psi$  из H. Но среди всех элементов H можно попытаться найти такие, для которых выполнено уравнение вида:

(1) 
$$A\psi = \lambda\psi$$
,

где  $\lambda$  – комплексное число. Такие элементы  $\psi$ , для которых выполнено условие (1), называются *собственными функциями* (векторами) оператора A, а числа  $\lambda$  – *собственными значениями* A.

Уравнение (1) называется *уравнением на собственные векторы* (*функции*) оператора А. Множество всех собственных значений оператора А называется его *спектром*.

В квантовой механике для выражения физических величин (наблюдаемых) используются специальные операторы, которые имеют только вещественный спектр. Такие операторы называются *эрмитовыми* или *самосопряжёнными*.

Так вот, каждой физической величине подбирается свой эрмитов оператор, спектр которого интерпретируется как все возможные значения этой величины, которые можно наблюдать в эксперименте.

Далее оказывается, что собственные функции эрмитового оператора образуют множество векторов в пространстве Н, которые являются *базисом* пространства Н, т.е. любой вектор из Н может быть разложен в суперпозицию (сумму с коэффициентами) этих векторов.

В итоге в квантовой механике используется такая схема.

- Объект заменяется на его у-функцию, которая является элементом пространства H,
- Наблюдаемые физические величины представляются эрмитовыми операторами A, спектр которых выражает значения этих наблюдаемых.

Поскольку функция состояния объекта  $\psi$  является одним из элементов пространства H, то её также можно разложить по базису собственных векторов оператора A. Если, например, спектр оператора A дискретный, т.е. представлен вещественными числами  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,..., и каждому числу  $a_i$  соответствует своя собственная функция  $\psi_i$  оператора A, т.е. выполнено условие:

(2)  $A\psi_i = a_i\psi_i$ 

то функция состояния  $\psi$  объекта может быть разложена по всем  $\psi_i$  в виде суперпозиции:

(3)  $\psi = \sum_{i=1}^{\infty} w_i \psi_i$ 

где w<sub>i</sub> - комплексные числа.

В этом случае выполняется следующее соотношение: квадрат модуля величины w<sub>i</sub>, т.е.

 $<sup>^{12}</sup>$  В квантовой механике пространство H — это одновременно функциональное пространство, где роль векторов играют специальные функции.

|w<sub>i</sub>|<sup>2</sup>, является вероятностью обнаружить при измерении величину a<sub>i</sub> соответствующей наблюдаемой величины а. В этом случае полная вероятность должна быть равна единице (условие нормировки):

(4) 
$$\Sigma_{i=1}^{\infty} |w_i|^2 = 1.$$

Например, квантовый объект движется в пространстве. На языке квантовой механики это означает, что состояние объекта задано его функцией состояния  $\psi(t)$ , которая меняется во времени. Допустим, мы хотим определить координату х и импульс р объекта. В квантовой механике мы должны сопоставить координате *оператор координаты* – обозначим его х^, а импульсу – *оператор импульса* р^.

Далее мы должны найти собственные функции этих операторов, разложить по ним функцию  $\psi$  состояния объекта, и только затем мы можем пытаться определить координату и импульс объекта. Причём, обычно оказывается так, что функция состояния объекта  $\psi$  распределена по собственным функциям и оператора координаты, и оператора импульса. А это означает, что объект с некоторой вероятностью может обнаруживать себя в разных точках пространства и с разными импульсами, т.е. его состояние является не точечным относительно этих наблюдаемых, а распределённым по множеству значений этих наблюдаемых.

Более того, среди наблюдаемых есть такие, что если мы попытаемся локализовать объект по одной из наблюдаемых, например, по координате, в измерении локализовав его в некотором малом объёме пространства, то в этом случае окажется, что его импульс примет ещё большее и более однородное распределение по всем возможным значениям импульса. И наоборот, если попытаемся точно определить импульс, координата объекта «размажется» по всему пространству.

Подобный эффект возникает именно из-за того, что мы числа (числовые наблюдаемые) заменили на операторы. На операторах можно задать алгебру, близкую к числовой, - их можно складывать и перемножать между собой, можно реализовать группы по сложению и умножению, но за одним исключением – умножение операторов не является коммутативным, т.е., если A и B – два оператора, то они называются *некоммутативными* при условии

(5)  $AB \neq BA$ ,

где ВА означает композицию операторов, т.е.

(6)  $BA\psi = B(A\psi)$ .

Так вот, подобное соотношение, когда всё более точное определение одной наблюдаемой сопровождается нарастанием неопределённости по второй наблюдаемой, выполняется как раз для случая, когда эти наблюдаемые выражаются в квантовой механике некоммутативными операторами А и В. Например, операторы координаты и импульса как раз являются некоммутативными (говорят ещё: *некоммутирующими*).

Наблюдаемые некоммутативных операторов называются ещё *дополнительными*, и отношение между ними выражается как *принцип дополнительности*: если мы попытаемся представить квантовое состояние у классическими наблюдаемыми а и b, которым в квантовой

механике соответствуют некоммутирующие операторы A и B, то мы можем лишь символически выразить состояние  $\psi$  как состояние некоей «дополнительности» классических состояний а и b.

Более строго это состояние выражается *принципом неопределённости* Гейзенберга, который записывается обычно в виде неравенства:

(7)  $\Delta a \Delta b \geq d$ ,

где  $\Delta a = \sqrt{(Da)}$  – среднеквадратичное отклонение (корень квадратный из дисперсии Da) случайной величины a, и d – некоторое положительное число, которое можно было бы называть «параметром дополнительности».

Например, для координаты x и проекции  $p_x$  импульса на x получается соотношение:

(8)  $\Delta x \Delta p_x \geq \hbar/2$ ,

где ћ - постоянная Планка-Дирака.

Если брать нижнюю границу соотношения неопределённости (7), то получим равенство  $\Delta a \Delta b = d$ , откуда имеем обратную пропорциональность для среднеквадратичных отклонений дополнительных наблюдаемых:

(9)  $\Delta a = d/\Delta b$ ,

т.е. чем меньше будет одна мера неопределённости, тем больше будет другая и наоборот.

В итоге все наблюдаемые в квантовой механике разбиваются на коммутирующие и некоммутирующие между собой. Максимальное число коммутирующих наблюдаемых образует так называемый *полный набор* наблюдаемых величин. В классической механике есть только один полный набор, включающий все наблюдаемые, а в квантовой механике наблюдаемые разделяются на несколько полных наборов, дополнительных между собой.

Итак, в квантовой механике объект заменяется своей  $\psi$ -функцией. И тогда динамические уравнения для объекта, которые задают закон его движения (например, законы Ньютона), должны быть заменены на закон изменения  $\psi$ -функции объекта. В качестве основного динамического уравнения квантовой механики выступает *уравнение Шредингера*, которое для одномерного движения объекта по оси х имеет следующий вид:

(10) 
$$i\hbar \partial \psi / \partial t = ((-\hbar^2/2m)\partial^2/\partial x^2 + U(x))\psi$$
.

Это уравнение определяет динамику изменения  $\psi$ -функции  $\psi$  во времени. Слева стоит производная  $\psi$ -функции по времени (с коэффициентом), а справа стоит оператор  $H^{\wedge} = (-\hbar^2/2m)\partial^2/\partial x^2 + U(x)$ , который называется *гамильтонианом* и образован из выражения для полной энергии, так что первое слагаемое  $(-\hbar^2/2m)\partial^2/\partial x^2$  выражает *оператор кинетической энергии*, а второе слагаемое U(x) – *оператор потенциальной энергии* системы.

Поскольку функция  $\psi$  нормирована (квадрат её модуля выражает полную вероятность, т.е. равен единице), то её изменение может выражаться только в поворотах (вращениях) в пространстве Н. Такое преобразование называется *унитарным*, и, следовательно, гамильтониан должен обеспечивать только такое преобразование своих аргументов.

Уравнение Шредингера является динамическим (детерминированным), т.е. обеспечивает непрерывную эволюцию ψ-функции во времени, по которой можно предсказать прошлые и будущие её состояния. Но оказывается, что это не вся динамика ψ-функции.

В непрерывную эволюцию внезапно могут вмешиваться *процедуры измерения*, которые выражаются в так называемой *редукции у-функции*. Это значит, что когда у-функция  $\psi = \sum_{i=1}^{\infty} w_i \psi_i$  является суперпозицией по базису оператора A, который представляет наблюдаемую а, то, измеряя а в состоянии объекта у, мы будем, как было замечено выше, в каждом измерении получать только одно из значений  $a_i$ , соответствующее собственной функции  $\psi_i$  оператора A с вероятностью  $|w_i|^2$ . В этом случае измерение окажется одновременно *приготовлением* объекта в чистом состоянии  $\psi_i$ , т.е. у-функция объекта у скачком перейдёт в одно из состояний  $\psi_i$ , – это и есть *редукция* у-функции у. Но сам этот переход уже не будет непрерывным, и он не описывается уравнением Шредингера.

Поэтому получается, что динамика  $\psi$ -функции описывается уравнением Шредингера, пока нет измерений. Как только возникают измерения, происходят редукции  $\psi$ -функции, и этот процесс уже выходит за границы уравнения Шредингера. Казалось бы, отсюда сразу же следует вывод, что квантовая механика *неполна*, и она должна быть расширена до более полной динамики и уравнений, которые смогли бы охватить и непрерывную динамику между измерениями, и динамику самих измерений. Однако господствующая в современной квантовой механике так называемая *копенгагенская интерпретация*<sup>13</sup> утверждает, что квантовая механика *полна*, и не существует ещё более детального описания реальности (так называемых *скрытых параметров*), на уровне которых можно было бы представить редукцию  $\psi$ -функции как детерминированный процесс<sup>14</sup>. Нет, - утверждает эта интерпретация, - такого более детерминированного уровня нет, и индетерминизм квантовых измерений является таковым не только для нас (гносеологическим), но и сам по себе (онтологически). Вот откуда проистекают истоки *онтологизации вероятности* в современной неклассической науке.

Также, поскольку измерение оказывается одновременно приготовлением (созданием) объекта в новом состоянии, то квантовая механика возрождает идеи конструктивизма и инструментализма, в частности, влияния инструмента познания на сам объект познания. В копенгагенской интерпретации уфункция рассматривается как удобный инструмент для расчётов, за которой не стоит никакая «сущность». Реальность – это только феномены, и теории призваны лишь к удобной организации этих феноменов. Но на уровне феноменов есть первичная вероятность, выражаемая в переходе от одних феноменов к другим, что условно моделируется редукцией уфункции.

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> По названию столицы Дании Копенгаген, где жил Нильс Бор – автор принципа дополнительности и соответствующей интерпретации квантовой механики.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Тем не менее, существует интерпретация квантовой механики со скрытыми параметрами, принадлежащая американскому физику Дэвиду Бому. Но она не признаётся сторонниками господствующей копенгагенской интерпретации.

Не все согласны с этой интерпретацией, и, например, известный британский физик Роджер Пенроуз является сторонником платонизма и считает, что ψ-функция существует реально, как некоторая «сущность».

В конце я хочу привести два рисунка, которые наглядно показывают, как усложнилось представление об онтологии объекта в переходе от классической к квантовой механике – см. рис.1-2.

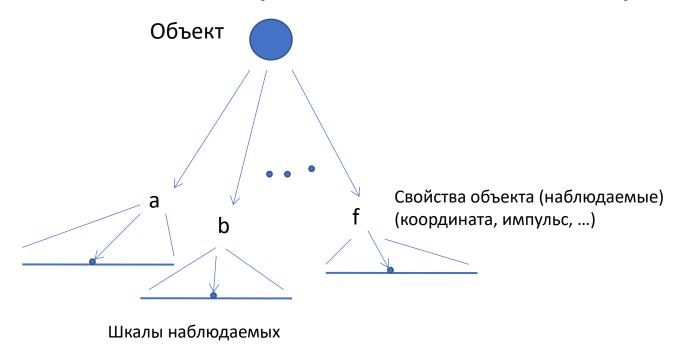


Рис.1. Представление об объекте в классической механике.

Здесь всё просто: есть объект и его свойства-проявления: координата, импульс и т.д., которые все одновременно можно измерить сколь угодно точно на шкалах наблюдаемых.

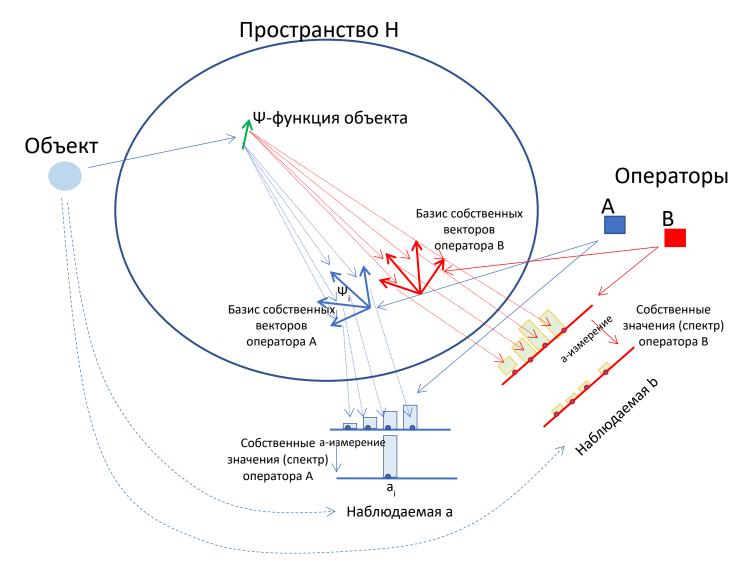


Рис. 2. Представление об объекте в квантовой механике.

#### Лекции профессора В.И. Моисеева по R-анализу

Теперь все центральные события происходят в пространстве H, где объекту сопоставляется его  $\psi$ -функция  $\psi$ , а наблюдаемые начинают представляться операторами. Справа квадратами символически изображены два некоммутирующих оператора A и B, каждому из которых сопоставлен в пространстве H базис собственных функций и вне пространства H – спектры операторов.  $\psi$ -Функция объекта  $\psi$  разлагается по базисам операторов, что одновременно формирует наблюдаемые а и b как случайные величины на шкалах спектров операторов (распределения вероятностей показаны столбиками на шкалах спектров). Если, например, измеряется наблюдаемая а (а-измерение), то  $\psi$ -функция  $\psi$  редуцируется к одной из собственных функций  $\psi$  оператора A, и случайная величина а переходит в неслучайную величину  $a_i$ , где  $A\psi_i = a_i\psi_i$ . Одновременно а-измерение даёт однородное распределение случайной величины b по спектру оператора B. Объект сам по себе – это уже слабая сущность, что показано бледным кружком слева вверху. На первый план выходят структуры пространства H и спектры операторов.



### К лекциям профессора В.И. Моисеева в логическом кружке при Доме

А.Ф. Лосева

(2017-2018)

#### Сложнейшая проблема соотношения метафизики и логики

С.А. Борчиков

В работе затронуты современные *проблемы логики* (формы мышления и разума, логические законы и критерии истины, логические и математические структуры, и т.д.), *проблемы метафизики* (многоединство и структуры мироздания, слои бытия и регионы сущего, реальные предикаты и сущие сущности, и т.д.), а также *проблемы соотношения логики и метафизики* (логическая и метафизическая демаркация, проективно модальный и проективно формалийный подходы и т.д.). Проблемы затронуты в живом изложении и рассмотрены в живом прослушивании и вопрошании, прямо в духе одной из идей В.И. Моисеева – логики жизни (Logica viva). Возможно, некоторые постановки вопросов и их решения заинтересуют читателей.

#### К ЛЕКЦИИ 1

(Феномен разума и логики, 19.04.17,

https://www.youtube.com/watch?v=eGTo\_T94fDc&t=12s)

#### Основные логические и метафизические идеи

Прослушал запись первого заседания логического кружка при Доме А.Ф. Лосева.

Доклад В.И. Моисеева очень понравился, поскольку полностью лежит в моей метафизической парадигме. Пробегусь по основным идеям.

- 1) Идея *многоединства* ну, тут само собой разумеется для сторонников неовсеединства полный резонанс.
  - 2) Идея разума полный резонанс.
  - 3) Идея мышления полный резонанс.
- 4) Идея *двух атрибутов мышления*: переживания (мыслечувствования) смыслов (мыслей) и рационального мышления смыслами (мыслями) полный резонанс. Особо бальзам на душу идея мыслечувствия, поскольку я целый 2010 год занимался разработкой «Теории мыслечувствия». Могу много чего сказать по этой теме.
  - 5) Идея конструктивизма полный резонанс.
  - 6) Идея закона полный резонанс.

Лекции профессора В.И. Моисеева по R-анализу

7) Идея логики – полный резонанс. Хотя осталось неудовлетворенность от глубины

деления: разделив логику на формальную и содержательную, надо идти дальше и в самой

формальной логике выделять чисто формальную формальную логику и уже содержательную

формальную логику.

8) Аналогично с критерием истины: после разделения его на практический

(эмпирический) и логический, необходимо различать практическую (бытийно-сущностную, но

не эмпирическую) верификацию логических законов и сущностей, наряду с чисто логической

верификацией. Этой проблемой мы сейчас вплотную занимаемся на озёрском «Философском

семинаре».

Обсуждение доклада В.И. Моисеева (и вопросы из зала) не понравились совсем. Публика

оказалась неготовой к подобному дискурсу. Интересно было бы сравнить с обсуждением внутри

«Интегрального сообщества».

<u>К ЛЕКЦИИ 2</u>

(История логики, 17.05.12,

https://www.youtube.com/watch?v=cRPHKN6QoNU&t=9s)

Логическая vs метафизическая демаркация

Вторая лекция В.И. Моисеева, в отличие от первой, от которой испытал большой резонанс,

оказалась сугубо академической. Только в самом конце обозначилась актуальная проблема

логической демаркации. В связи с этим пара слов о моем понимании этой проблемы.

Любая логика - это всегда набор мод (знаний) о модусе логического мышления. Причем

не просто пассивных, отражающих структуру логоса, но и активных, т.е. формирующих эту

структуру именно таковой, каковы они сами (моды).

На привычном языке это звучит так. Формальная логика, вычленяя в естественном

мышлении понятия, суждения, умозаключения, теории и т.д., затем формирует такой тип

мышления, в котором эти же ею вычлененные структуры и использует, и по их канонам

выстраивает мышление и его оценки.

Сказанное касается и диалектической логики. Она вычленяет в естественном мышлении

противоречия, антиномии, их синтетические разрешения, единства и многоединства и т.д., а

также алгоритмы их функционирования, и на основании этих различений (мод, законов)

формирует такой тип мышления, в котором они прекрасно работают, в отличие от

формальнологического мышления (где их совсем нет).

Вопрос: можно ли их формализовать, т.е. выразить моды диалектической логики через

моды формальной? Или проще: синтезировать формальную и диалектическую логику? Для

меня ответ очевиден: можно. Тем более и прецедент такой формализации уже есть, это логика

В.И. Моисеева, построенная на принципах ПМО.

Решена ли при этом проблема логической демаркации?

69

Смотря в каком аспекте.

С точки зрения *формализации* – да, решена. В ПМО введены критерии, по которым можно отличить ошибочное противоречие от диалектической антиномии.

С точки зрения *истины* – нет, не решена. Тут, как диод, в одну сторону работает, в другую нет. Поясню. Если есть противоречие, и с точки зрения единого (формальнологически-диалектического, т.е. ПМО) решения доказано, что оно ошибочно, то это проходит. Но отделение ошибочных противоречий не делает оставшиеся противоречия автоматически истинными.

Почему?

Потому что ни один логический критерий в конечном итоге не делает ни одно утверждение окончательно истинным. Таковым его делает только практическая верификация, т.е. верификация в бытии или сущем. А логическая верификация дает лишь условную, хотя и абсолютную истинность. Поэтому, решив проблему логической демаркации (верификации) между ошибочными формальнологическими и диалектическими противоречиями, мы вновь, теперь уже на другом уровне встаем перед проблемой метафизической демаркации, т.е. демаркации логически возможных диалектических противоречий и практически-верифицированных (истинных) диалектических противоречий.

Обсуждение же лекции, как и в первый раз, не понравилось совсем. А если еще учесть тему «топтунов», возникшую в обсуждении, то это вызвало вовсе негативную эмоцию. Называть величайших мировых философов топтунами только за то, что они топтались на месте в части логики, в высшей степени некорректно. Аналогичное замечание намедни я сделал И.И. Шашкову в email-переписке по поводу черновика его статьи в «Интегральный журнал». Несолидно негативно оценивать Аристотеля, Канта, Хайдеггера только на том основании, что они, де, как-то не доросли до понимания шашковской «полноты».

Философия имеет десятки, если не сотни специализаций. Кроме логики: эстетика, этика, история философии, социология, антропология, теология, психология, гносеология и т.д. и т.п. И если кто-то в какой-то области не достигает высот (т.е. на жаргоне является «топтуном»), то это не означает, что он не внес вклад в общее дело развития мудрости в других областях. В противном случае всех гениальных логиков-нетоптунов XIX-XXI веков тоже можно назвать топтунами в других областях, например, этики, эстетики или социологии, поскольку они топтались в границах соответствующих догм предшествующих веков, а уж по отношению к метафизике вообще были «убивцами», ибо все они в принципе отрицали метафизику как псевдо-научное (антилогичное) или мифологическое познание.

Да, логика последовательно и уверенно идет к решению проблемы логической демаркации, чего нельзя сказать о такой же ее поступи в части метафизической демаркации.

Я уже многократно отмечал метафизическую демаркацию. Уточню еще раз:

по отношению к *миру в целом* (мируму) это демаркация трех регионов: сущего, бытия, сущностей;

по отношению к *региону бытия* это демаркация трех подрегионов: просто бытия, Dasein, Ereignis (последние два термина – M. Хайдеггера);

по отношению к *региону сущностей* это демаркация идеальной сущности (Платон) и сущей сущности (Dawesen – термин О. Беккера).

Что-то в разговорах об этих демаркациях у логиков особых прорывов не замечено. Неужели они (если использовать жаргон) «топчутся» на метафизических догмах прошедших времен? Но не хочется опускаться до жаргонизмов и мериться, у какого кулика болото лучше. Философия – это любовь (филео) и уважение к мудрости (софии) всех специализаций, всех гениев.

#### К ЛЕКЦИИ 3

(Математика и логика, логика суждений, 10.10.17,

https://www.youtube.com/watch?v=\_ic\_V4h2Sy0)

## 3.1. Соотношение математических, логических и метафизических структур (трехуровневая модель)

Уважаемые коллеги!

Уважаемый Вячеслав Иванович!

Прослушал запись третьего заседания логического кружка при Доме А.Ф. Лосева по теме «Логика и математика». В отличие от первых двух лекций, по которым у меня были вопросы (особенно по второй: вопрос по метафизической демаркации, который так и остался без ответа), нынешняя лекция вошла (как говорится) как по маслу, без сучка и задоринки. Наверное, потому что в ней обобщен не просто столетний, а даже тысячелетний опыт логики. Вопросы из зала на сей раз тоже понравились.

Особенно понравилась модель трехэтажности структуры (примерно 30-я минута):

- логическая структура (язык) логика,
- чистая структура математика,
- воплощенная структура (эмпирическая реализация) физика.

В связи с этим у меня возникли вопросы к себе и к Вячеславу Ивановичу касательно двух дисциплин, которыми я плотно занимаюсь: теория формалии (теория форм, формославие) и метафизика.

1) По теории формалии (теории форм).

Предмет теории форм – полностью подпадает под определение структуры (примерно 20-я минута лекции). У него есть множество элементов: формы и содержания. Между этими элементами существует набор операций, элементы обладают предикатами (свойствами и отношениями).

Причем среди форм, изучаемых этой теорией, имеются не только воплощенные формы, такие, как формы огурца, солнца, демократии или английского сонета, но и чистые априорные формы – формы той же математики: форма числа, форма линии, форма бесконечности, плюс

формы логики: формы понятия, суждения, умозаключения, дедукции, индукции и т.д. Что говорить, сама структура – тоже разновидность формы.

Таким образом, у меня возникает вопрос, который я не могу разрешить, и обращаюсь к Вячеславу Ивановичу. Когда я или кто-то занимается теорией форм и пытается выстроить структуру форм, особенно чистых, априорных форм (у Канта слова «чистое» и «априорное» синонимы), можно ли сказать, что мыслитель в таком случае занимается математикой или это какая-то особая отрасль научных занятий? Какая?

#### 2) По метафизике.

Предметом метафизики являются: сущее как таковое, нечто сверхчувственное и даже метаразумное, предельные смыслы, идеи, сущности, в том числе и предельные смыслы и сущности математики и логики: число, пространство, бесконечность, смысл, суть, форма, материя, бытие и т.д. Естественно, все эти элементы увязаны во множество со своей метафизической структурой. Возможно, она не настолько чистая как в математике, ибо реализована всё же на каких-то конкретных культурных, научных, религиозных, философских смыслах и идеальных объектах, но поскольку она по определению является структурой как таковой, и может быть выявлена в своей «как-таковости», то чем метафизическая чистота отличается от математической, а в свете первого вопроса – и от априорной? А метафизический язык – от логического?

#### 3) О трехслойной структуре.

Попутно не могу не отметить одну метафизическую идею В.И. Моисеева о трех структурах материи, которая прозвучала на занятии, когда он отвечал на вопрос из зала (примерно на 1час 53 минуте). Это идея о трехслойных структурах, или о трех структурах, встроенных друг в друга: структура материи физической, структура материи жизни, структура материи разума.

Данная идея полностью созвучна моему пониманию структуры «Модели 3-х регионов мироздания», которая так и реализуется – как трехслойная система (холархия) или полиструктура. В основании каждого региона как раз и лежит одна из этих трех структур. Правда, есть некоторая сдвижка, касающаяся региона бытия, который увязывается у меня не с материей жизни вообще, а только с материей жизни человека, но это не меняет сути, а лишь следствие дальнейшей дифференциации.

Это третий вопрос к Вячеславу Ивановичу: согласны ли Вы с таким сопоставлением?

#### 3.2. Математическая vs метафизическая структуры

#### Уважаемые коллеги!

Поскольку ни от кого не дождался ответов по структурам, особенно априорным и метафизическим (на мое сообщение к Лекции-3), то поразмыслил сам. И вот какие картинки у меня вырисовались, исходя из аксиомы трех регионов. Предлагаю их для дальнейшего обсуждения, ведь Вячеслав Иванович положительно высказался о сотворении нового.

Между 1) материальными объектами и 2) феноменами человеческого бытия: словами,

языком в целом, обыденными знаниями, феноменами сознания, фактами жизни, вещами второй природы (ложками, вилками, столами, одеждой, машинами и проч.) – устанавливаются координирующие отношения, внутрь которых, подобно буферу, встроена так называемая апостериорная структура – структура опыта: схема 1 (ниже).

Между 2) актами и фактами человеческого бытия и 3) актами и феноменами мышления (как индивидуального, так и общественного): наборами понятий, мировоззренческих и научных знаний, культурных ценностей, тоже устанавливаются координирующие отношения, внутрь которых тоже, подобно буферу, встроена структура, но имеющая другую природу. Это так называемая априорная структура – структура априорных форм: схема 2.

Между 3) актами и феноменами мышления и 4) объектами региона сущностей (объективными идеями, категориями, логосами, сущностями, сущими сущностями, первосущностями) также, подобно буферу, встроена координирующая структура, природа которой сугубо логическая, это логическая структура: схема 3.

Возникает вопрос: какое место в этой схеме занимают математическая и метафизическая структуры? Мои ответы-гипотезы таковы.

Математическая структура – это структура чистого мышления, абстрагированного от апостериорных структур и направленного на обобщение формальной стороны двух структур, априорной и логической, на вычленение из них мыслительной структуры в идеально-чистом виде.

*Метафизическая структура* – это структура, интегрированная на всех *трех* структурах, т.е. не абстрагирующаяся от содержательности, плюс основанная не только на мыслительной идеальности, но и на структуре региона сущностей и структуре их (сущностей) встроенности в Бытие и Сущее (материю).

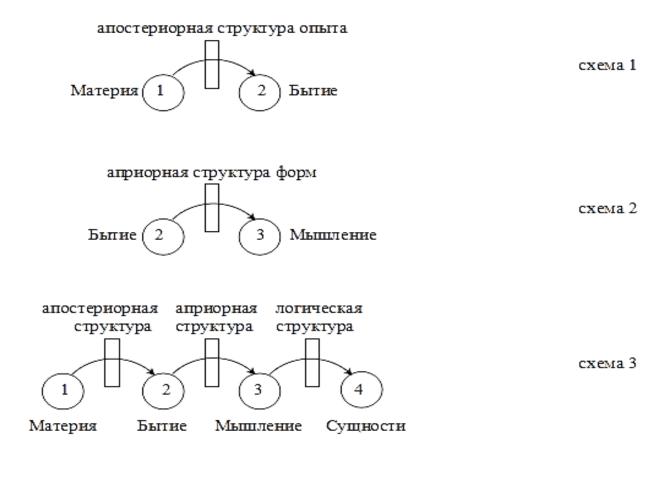
Эти определения отражены на общей, интегральной схеме 4.

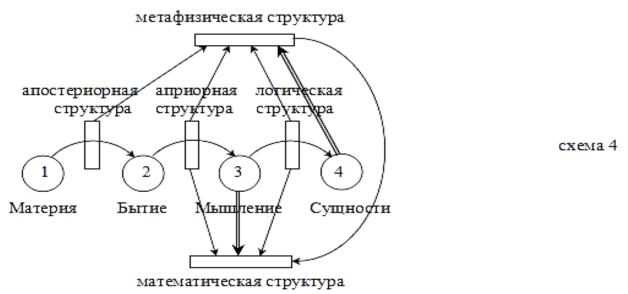
Ничто не мешает математической структуре обобщать и метафизическую структуру. На этом основана идея создания *Метафизического исчисления* в варианте *В.И. Моисеева*.

Моя идея варианта *Метафизического исчисления* (*CENI*) предполагает для него (исчисления) более широкий охват, учитывающий и содержательные, и бытийные, и даже практические аспекты. (Об этом высказывался неоднократно, и в частности, на форуме «Интегрального сообщества»).

Ничто не противоречит тому, что математическая структура через логические и априорные структуры наличествует в метафизической структуре. Это прекрасное обстоятельство для сосуществования и далее синтеза обоих вариантов Метафизического исчисления.

Соотношение математической и метафизической структур – задача на будущее. Могу только сказать для примера, в свете наших занятий протокодом, что протокод располагается в метафизической структуре, а его формула – в математической.





#### К ЛЕКЦИИ 4

(Логика предикатов, 07.11.17,

https://www.youtube.com/watch?v=xpQRgWpNFng)

#### К ЛЕКЦИИ 5

(Логика и философия, философская логика, 19.12.17,

https://www.youtube.com/watch?v=BY4--rFnm\_g&t=1095s)

К лекциям 4 и 5 особых замечаний нет, в них либо традиционные пропедевтические идеи по логике, либо идеи неовсеединства, по которым многократно высказывались в других местах.

#### К ЛЕКЦИИ 6

(Живая логика, 09.01.18,

https://www.youtube.com/watch?v=B28UhFJdZUM&t=2s)

#### Логика жизни/бытия

Уважаемый Вячеслав Иванович!

Уважаемые коллеги!

Пишу, находясь под впечатлением от прослушивания. Если по отношению к предыдущим пяти лекциям логического кружка писал, что они мне понравились, то по отношению этой выскажусь сильнее: испытал настоящий эстетический кайф!

Возможно, потому что она получилась наименее чисто-формально-математическилогической, а больше метафизической: несомненно мета-физической (через дефис, поскольку о
физике не было сказано ни слова), в какой-то мере мета-биологической (поскольку определила
основную энергию жизни), мета-исторической (поскольку определила основной закон истории
– разрушение матрицы и расширение многоединства), мета-социологической (поскольку
определила объективную субъектность), мета-этической (поскольку определила основной
закон личности – борьбу с паразитированием), мета-логической (поскольку определила логику
жизни – Logica viva).

Возможно, еще и потому, что максимально перекликалась с моими последними метафизическими изысканиями.

- Было сказано о пути ученого, о его живом мышлении, не том, которое фиксируется в индуктивно-дедуктивном результате (тексте), а о мучительных поисках истины в *труде мышления*. Я на «Философском штурме» завел тему «Теория мышления», где как раз пытаюсь рассмотреть различные формы и процедуры мышления: не только классические (индукцию, дедукцию и т.д.), но и естественное мышление, и метафизическое мышление, и даже мыслемедитацию в ее чистой энергии мысли, кстати, с использованием элементов ПМО (http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch31-teoriya-myshleniya).
- Было сказано о целях и целесообразности жизни и бытия человека. Я на «Философском штурме» уже второй месяц веду тему о целесообразности:

(http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch30-tselesoobraznost;

http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch30-tselesoobraznost-chast-b).

• Было сказано об аутопоэзисе. Исходя из этого же понятия, я вышел на удивительное понятие «результатосообразность», которое объясняет многие закавыки целесообразности. Кстати, потом нашел это понятие в работе В.Я. Дубровского «О нормативной структуре индивидуальной деятельности человека»

(http://philosophystorm.org/sistema-kategorii-ch30s-rezultatosoobraznost).

• В.И. Моисеевым также была предложена формула многоединства:

 $ME = \uparrow (ME \downarrow C)$ ,

где МЕ – многоединство, а С – его условия.

В принципе, здесь содержится идея моей *Айоры* (качелей) – операции с двумя актуально действующими разнонаправленными операторами (стрелками – ↓↑), ведь если нестрого раскрыть скобки, то можно прийти к этому:

 $ME = ME \downarrow \uparrow C$ .

Я думаю, что и строго это можно обосновать.

• Неоднократно упоминавшаяся энергия жизни, энергия мысли, энергия синтеза, энергия увеличения многоединства полностью соответствует моему/толстовскому пониманию этого в проекции на этическую область – как присущей человеку энергии самосовершенствования.

Много еще нюансов отозвалось в душе, всего не перечислишь. Лекция получилась многослойной и многоаспектной (многоединой!). Понравился даже социально-этический пафос Вячеслава Ивановича, отстаивающего свою позицию философа и человека, после лекции при ответах на вопросы слушателей.

В общем, браво!

#### Реплика В.И. Моисеева

«Сергей Алексеевич,

благодарю за высокую оценку моего последнего выступления на логическом кружке. Интересно, что изнутри я пережил это выступление как не вполне полноценное, не вполне получившееся, а потом с удивлением увидел, какой большой отклик оно вызвало и как люди подходили и благодарили. И вот Ваша реакция – ещё одно тому подтверждение. Наверное, мой идеал выступления слишком завязан на профессионализм, и если я его вполне реализую, то он в некоторой мере проигрывает в доступности. А может, и ещё что.

И одно маленькое техническое замечание: когда я использовал формулу

 $ME = \uparrow (ME \downarrow C)$ 

для интерпретации закона тождества, то пропустил модуль для сюръектора ↑, так что с ним и более точно формула должна была бы быть такой:

$$ME = \uparrow ((ME \downarrow C), D) = (ME \downarrow C) \uparrow D,$$

где D – модуль, но посчитал, что это будет слишком громоздко и оставил только сюръектор без модуля. А если уж совсем сокращать, в том числе опуская и модель, то в самом деле получится формула:

 $ME = \uparrow \downarrow ME$ .

С уважением,

Моисеев В.И.»

#### <u>К ЛЕКЦИИ</u> 7

(Спор номиналистов и реалистов, 13.02.18,

https://www.youtube.com/watch?v=wFP4khJxsyA&t=4137s)

#### Проблемы метафизики в свете разрешения спора номиналистов и реалистов

В этой лекции В.И. Моисеев затронул две концепции: концепцию реальных предикатов и концепцию плерона. По плерону выскажусь позже, в связи с теорией мышления, а по первой концепции – два замечания (не по логике, логика, как всегда, на высоте), а по филологии и метафизике.

#### 1) По филологии.

Характеризуя известную терминологическую разношерстность истории философии, Вячеслав Иванович употребил по отношению к ней словосочетание «птичий язык». (Это примерно как про «топтунов» – см. ниже «К лекции 1»). Ясное дело, что язык логики гораздо строже, чем язык философии вообще. Но должен заметить, что только в пределах какой-то одной логической системы. Если вглядеться в логику в целом, во всё ее многообразие школ, направлений, парадигм, аксиоматик, то обнаружим ничуть не меньшее «птичье» разнообразие.

К тому же не всегда логические эквиваленты звучат красивее, чем метафизические. Взять постулируемый В.И. Моисеевым термин «сильный предикат». По своему содержанию он дублирует один из исконных терминов всей мировой метафизики, к тому же звучащий очень красиво на разных языках – *сущность* (ousia, essentia, wesen).

Не чувствуется, что двусложное словосочетание, к тому же с очень метафорическим прилагательным «сильный», филологически гораздо удачнее, чем якобы «птичье» слово – сущность.

#### 2) По метафизике.

В.И. Моисеев предложил онтологическую концепцию, которая позволяет эффективно решить контроверзу номинализма и реализма. При этом он, действительно, преодолел платоновскую дихотомию «сущий мир – идеальный мир» моделью триады: «1) сущее, 2) обладаемое в слабых предикатах бытие и 3) особого статуса онто-структура – сильные предикаты».

Собственно говоря, я снова увидел здесь перекличку с «Моделью 3-х онтологических регионов», которую разрабатываю и о которой высказываюсь в «Интегральном сообществе» с 2014 года – с самого начала работы над грантом (см. «К лекции 3.2). Ее холоны: «1) сущее, 2) бытие, 3) сущности». Великие, исконные философские категории!

К сожалению, за 4 года так и не удалось сравнить и синтезировать наши модели.

Я даже завел тему на форуме ИС «Модель 3-х регионов» (http://allunity.ru/forum/index.php?sid= a81ec50393b3271ea15918541d7d634d), но диалог не пошел.

Что касается природы предикатов, то в рамках нашего гранта я подготовил целую работу «Бытие как предикат и бытие предикатов», но к тому времени грант закончился, и работа

повисла в воздухе. Такое же положение дел с сущностью (реальными предикатами, по-моему): тоже заведена тема на форуме ИС, но также закончилась, по сути, ничем.

В лекции В.И. Моисеев затронул одно свойств реальных предикатов – *экспрессию*, а я в свое время говорил еще и об инспирации, и о верификации, и о воплощении, и о многих других практических свойствах сущности. Но сравнительной работы и здесь не было.

А вопрос этот очень важный, потому что по отношению к категориям (реальным предикатам, сущностям) естественных наук он как бы очевиден: они экспрессируют в особом онтопространстве логоса-бытия. А вот как быть с категориями или сущностями гуманитарных наук и гуманитарной культуры, и особенно с высокими идеалами гуманизма и метафизики? Куда и как им экспрессировать, если вокруг сплошная (говоря словами В.И. Моисеева) Z-матрица?

(Пример из переписки с В.Э. Войцеховичем. Он отметил величайшую идеальную (идеаловую) сущность (сильный предикат) – единство всех людей. В русской философии есть еще такие идеаловые сущности, как Добро, Истина и Красота. Есть еще София-мудрость. Вопрос: какая у них экспрессия? Такая же, как у математических сущностей, или отличная?).

В.И. Моисеев отметил также, что реальные предикаты существуют, но они не сущие, а вот, например, О. Беккер предлагает считать их сущими, но это особого рода сущее, это – сущие сущности (Dawesen). Я согласен с Беккером, и тут – момент развития философии Хайдеггера и метафизики в целом.

Таким образом, метафизических вопросов для обсуждения и притирки возникает большое множество. И все они повисают в воздухе.

Кто-то может сказать, что такая работа не нужна, она отвлекает от главного. А что главное? Мне кажется, это и есть главное. Потому что если не предусмотреть четкую фиксацию онтосущностей, то любое решение (по номинализму и реализму) может рано или поздно снова скатиться обратно к дихотомии «сущее – идеальное».

#### Вместо заключения.

В целом цикл из семи лекций В.И. Моисеева оставил у меня хорошее впечатление и дал возможность творчески осмыслить и переосмыслить многие проблемы, особенно соотношение метафизики и логики – в пользу метафизики. Правда, не уверен, что сам лектор согласится со мною в этом. Он, скорее, сторонник обратного – первенства логики. Не скрою также, что я рассчитывал на большее, на большую вовлеченность в обсуждение других членов «Интегрального сообщества», и, возможно, даже сторонних слушателей. Но, видимо, не судьба. Не сложилось. Обнадеживает только тот факт, что рукописи не горят. А логика с метафизикой вообще вечные дисциплины.

©Редактор В.И. Моисеев  $\$  ©Редактор-оформитель Е.Г. Луговская

Журнал Интегрального сообщества Журнал «Интегральная философия», № 8, 2018 г. The "Integral philosophy" periodical, the 8-th publication, 2018 <u>http://allunity.ru</u> усл. печ. л. 5,0